5/3/13 ①

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Giovanni Pennelli

Dip. ing. informazione

Giovedì dopo le 11:00

Eq. diff. + Integrali } da sapere per seguire il corso

Principi di Fisica

Testi di riferimento: - Dispense Diligenti (sul sito del Pennelli).

- SZE Physics of Semiconductor Devices
- Streetman Solid State Electronic Devices
- Muller Kamins Electronics for integrated circuits. Device

Programma:

Fis. stato solido

- Meccanica quantistica
- Fisica statistica
- Struttura a bande

→ Giunzione p-n

→ Transistore bipolare

→ Transistore mos. + Parte circuitale con il prof. Piotto.

Esame: Scritto + Orale

17 ammissione all'orale.

Scritto: 3 esercizi (10 p.ti ad esercizio)

No limits alle consegne

Orale: stessa sessione dello scritto

Gli scritti con le correzioni si trovano nel sito (dal 2008 in poi).

INIZIO CORSO

Conduttori $10^5 - 10^6\ \Omega^{-1}$

Semiconduttori $1-10\ \Omega^{-1}$

Isolanti $\simeq 10^{-6}\ \Omega^{-1}$

Il semiconduttore "per eccellenza" è il Si perché è facilmente ossidabile ($Si\ O_2$) e ci si può creare un isolante con estrema facilità.

Di per se il Si non è che sarebbe un bellissimo semiconduttore, ma appunto è facilmente ossidabile.

Accenni di meccanica quantistica

Problema nella fisica classica è "facilmente" costruibile una traiettoria e si ricava $x(t)$, $p(t)$ (posizione e quantità di moto).

Questo non vale per gli elettroni / atomi:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \text{con } \hbar = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

(la conoscenza della posizione è inversa alla precisione dello strumento → in pratica non si può conoscere la posizione di un elettrone)

Un formalismo per conoscere statisticamente la posizione di un elettrone è l'eq. di Schrödinger (monodimensionale e indip. dal tempo)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\cdot\psi(x) = E\,\psi(x)$$

con $\psi(x) \to |\psi(x)|^2$ densità di probabilità (di trovare un elettrone col un certo x)

Quindi la probabilità di trovare per $(a \leq x \leq b)$

$$p(a \leq x \leq b) = \int_a^b |\psi(x)|^2 dx \quad \text{(definizione di densità di probabilità)}$$

nota $p(-\infty \leq x \leq +\infty) = 1$ cioè $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$ (da qualche parte lo trovo).

$U(x)$ è l'energia potenziale dell'elettrone col è un dato (è nota)

$$U(x) = -q\,V(x) \qquad \text{con } q = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

il "−" esiste perché la carica di un elettrone è negativa.

$V(x)$ è il potenziale → nota: non esiste il potenziale, ma la differenza di potenziale. Quindi $V(x)$ è definito rispetto col un riferimento (oppure a meno di una costante)

E → energia libera (energia cinetica)

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{in termini "classici"} \quad \text{(o anche } E = \frac{p^2}{2m}\text{)}$$

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ Kg (massa elettrone)

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

In termini quantistici si risolve Schrödinger.

Es: $V(x) = 0 \ \forall x \rightarrow U(x) = \infty \ \forall x$ elettrone con potenziale nullo

l'eq. di S. diventa $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = E\psi(x)$

che risolta $\psi(x) = Ae^{\alpha_1 x} + Be^{\alpha_2 x}$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\alpha^2 = E \rightarrow \alpha^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2}$ no $\alpha_{1,2} = \pm i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

quindi $\psi(x) = Ae^{i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x} + Be^{-i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x}$

$K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ con $[K] = m^{-1}$

quindi $\psi(x) = Ae^{iKx} + Be^{-iKx}$

tipicamente $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ con $[\lambda] = m$ lunghezza d'onda

nota: $\psi(x) = Ae^{iKx} + Be^{-iKx} = C\sin(Kx + \vartheta)$

ora $K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \rightarrow E = \frac{\hbar^2K^2}{2m}$

in termini classici era

$E = \frac{p^2}{2m}$ se quindi le altre espressioni trovo che

$p = \hbar K$

con l'eq. d'onda ho trovato (con questi conti) la quantità di moto di un elettrone $\rightarrow p = \hbar K$

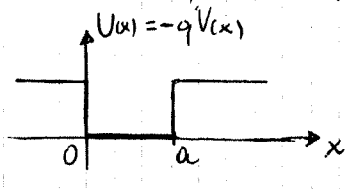
ed ho scoperto che $p(a \le x \le b) = \int_a^b |\psi(x)|^2 = n\sin(n)$, cioè non conosco la sua posizione.
(con $a \ll b \gg \lambda$)

Cioè rispetto al principio di Heisenberg ($\Delta x \Delta p \ge \hbar/2$)

nota: che $p = \hbar K = \frac{h}{2\pi}\cdot\frac{2\pi}{\lambda} = h/\lambda$

Es: buca di potenziale

Stavolta $U(x)$ non è sempre zero, ma:

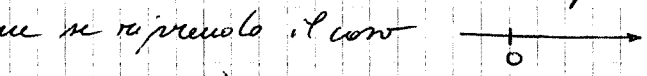


con $U(x) \rightarrow \infty$ (cioè $U(x) \gg E$, non che è ∞ per davvero, anche perché l'∞ realmente non esiste)

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

l'elettrone sta dentro la buca.

Quanto prendiamo a?

Si prende comparabile con λ dell'elettrone. Se $a \simeq \lambda$ l'elettrone sente molto la parete di potenziale. Se $a \gg \lambda$ l'elettrone sente poco la parete di potenziale (è come se prendo il caso 

dell'elettrone sull'asse x con $U(x) = 0$ sempre ....)

Quindi mi chiedo, quanto vale λ?

$E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$ nota: l'unità di misura di E è l'eV "elettronvolt"

Energia che acquista un elettrone quando si muove da due punti con differenza di potenziale $1V \Rightarrow 1\,eV$ (non è una misura del S.I., ma è molto usata da noi ed è comoda).

$$1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot 1\,V = 1{,}602 \cdot 10^{-19} J$$

$$K = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{\left(\frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2\pi}\right)^2}} = 5{,}12 \cdot 10^{9}\ m^{-1}$$

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$ da cui $\lambda = \frac{2\pi}{K} = 1{,}23 \cdot 10^{-9}\ m = 1{,}23\ nm$

Quindi $a \gg \lambda$ se $a \simeq 10 \div 100\ nm$

Vediamo con $a \simeq 1\text{-}10\ nm$ (che è il caso più interessante)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U(x)\,\psi(x) = E\,\psi(x)$$

$\begin{cases} U(x) \to +\infty & x \notin (a,b) \\ U(x) = 0 & a < x \leq b \end{cases}$ → perché $U(x)\,\psi(x)$ non tende ad ∞ → $\psi(x) = 0$ $x \notin (a,b)$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = E\,\psi(x) \right] \quad \begin{matrix} \psi(0) = 0 \\ \psi(a) = 0 \end{matrix} \Big\} \text{ cond. al contorno.}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = E\,\psi$$

$$\to \psi = A e^{iKx} + B e^{-iKx} \quad \text{con} \quad K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

impongo le cond. al contorno.

1) $\psi(0) = 0 \to A + B = 0 \to B = -A$

$$\psi(x) = A\left(e^{iKx} - e^{-iKx}\right) = C \sin Kx$$

2) $\psi(a) = 0 \to C \sin Ka = 0 \to Ka = n\pi$ ovvero $K = n\pi/a$

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

Questo ci dice che

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, ma se $k = n\pi/a$ non può assumere tutti i valori

vuol dire che (come lo è k) anche E è discretizzato, cioè assume dei valori di energia discreti.

$n = 1$

$E_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\pi^2}{a^2}$

$n = 2$

$E_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{4\pi^2}{a^2} = \frac{2\hbar^2\pi^2}{m a^2}$

$n = 1, \dots, +\infty$ può E assumere valori discreti.

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745