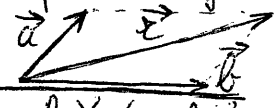
Dinamica del punto materiale

26-09-2018

Le interazioni sono forze che agiscono su corpi macroscopici e si suddividono in: forze a lungo raggio, ovvero che non richiedono contatto tra i corpi (forza di gravità) e forze di contatto, ovvero quelle forze che necessitano di un contatto tra i corpi.
Le forze vengono espresse attraverso i vettori, ovvero delle grandezze caratterizzate da una direzione, un verso ed un modulo.
Esistono diverse operazioni applicabili ai vettori, tra cui la somma vettoriale e il prodotto tra un vettore e uno scalare.
La somma vettoriale si fonda sulla "regola del parallelogramma", per cui, dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, la loro risultante $\vec{r}$ avrà lo stesso verso del vettore di modulo maggiore e modulo pari a $|\vec{r}| = \sqrt{(a_y+b_y)^2+(a_x+b_x)^2}$; avendo inoltre le coordinate $\vec{a}(a_x; a_y)$ e $\vec{b}(b_x; b_y)$, la risultante $\vec{r}$ avrà coordinate $\vec{r}(a_x+b_x; a_y+b_y)$



Dato inoltre un vettore $\vec{a}$, il prodotto $\vec{a} \cdot k$ darà come risultato un vettore con la stessa direzione di $\vec{a}$, modulo pari al prodotto del modulo di $\vec{a}$ per il valore di k e verso uguale ad $\vec{a}$ se $k>0$ ed opposto ad $\vec{a}$ se $k<0$.

PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

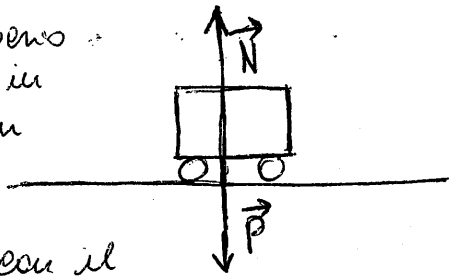
27-09-2018

Se la risultante delle forze applicate su un corpo è pari a zero, il corpo tende a mantenere il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.
Tale principio è detto anche "principio d'inerzia"; l'inerzia è la resistenza che viene opposta alla variazione della velocità.
La risultante delle forze è la somma vettoriale delle forze prese in esame e quando essa è pari a zero, il corpo si muove a velocità costante.

$$\vec{v} = \text{costante} \iff \vec{F}_{TOT} = \sum_{i=1}^{n} F_i = F_1 + F_2 + F_n = 0$$

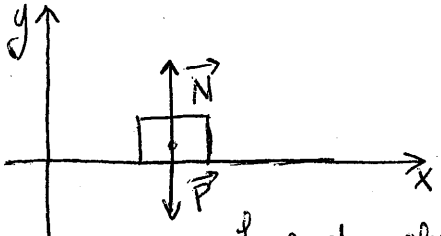
La condizione di moto a velocità costante viene detta condizione di equilibrio traslazionale.

Per analizzare il moto di un corpo è necessario tracciare un diagramma di corpo libero, in cui viene schematizzato il corpo preso in esame e, con esso, tutte le forze che vi agiscono.



Le forze di contatto vengono rappresentate con il simbolo $\vec{N}$ (normale) lungo una direzione perpendicolare, o normale, al piano di contatto e con verso tale da opporsi alla forza esercitata dal corpo sul piano. Possono essere indicate anche con il simbolo $\vec{R}$ (reazione normale).

Se è presente un vincolo scabro a contatto con il corpo, è necessario raffigurare anche la forza di attrito, che si oppone al moto del corpo ed ha direzione tangente al piano di contatto.

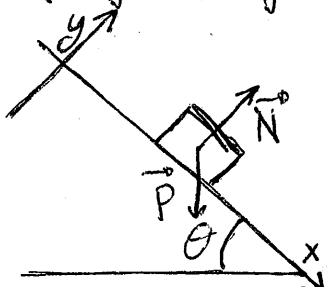


Un corpo si muove di moto rettilineo uniforme (v = costante e $\vec{F}_{TOT} = 0$) lungo un vincolo liscio (assenza di attrito). Su di esso giacciono una forza di contatto $\vec{N}$ e la forza peso $\vec{P}$.

Sapendo che $\vec{N}(0; N)$ e $\vec{P}(0; -P)$, si può dedurre che

$$\begin{cases} F_{TOTx} = 0 \\ F_{TOTy} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F_{TOTx} = 0 + 0 = 0 \\ F_{TOTy} = N - P = 0 \end{cases} \Rightarrow N = P$$

è vero solo nel caso in cui il corpo sia vincolato e in assenza di attrito.



Nel caso in cui il corpo si trovi a muoversi su un piano inclinato, è necessario adottare un sistema di assi ortogonali.

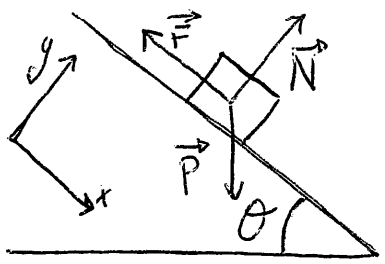
A questo punto, avendo $\vec{N}(0; N)$ e conoscendo l'angolo θ, si deduce che $\vec{P}(P\sin\theta; -P\cos\theta)$ e quindi che

$$\begin{cases} F_{TOTx} = 0 \\ F_{TOTy} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F_{TOTx} = P\sin\theta = 0 \rightarrow \text{assurdo perché } P\sin\theta \neq 0 \\ F_{TOTy} = N - P\cos\theta \Rightarrow N = P\cos\theta \Rightarrow N \neq P \end{cases}$$

Dato che $F_{TOTx} \neq 0$, a causa della mancanza di attrito, non si ha un equilibrio traslazionale.

master COPY

ESERCIZIO



- il corpo si muove di moto rettilineo uniforme
- direzione e verso di $\vec{F}$ sono noti
- $\vec{P}(P_x; P_y)$ ha coordinate note
- $N(N_x; N_y)$ ha coordinate note

Determinare il modulo di $\vec{F}$

$V = \text{costante} \Rightarrow A_{TOT} = 0$

$$A_{TOT} = \begin{cases} A_{TOTx} = 0 \\ A_{TOTy} = 0 \end{cases} \begin{cases} A_{TOTx} = P_x + N_x = 0 \\ A_{TOTy} = P_y + N_y = 0 \end{cases} \quad \vec{P}(P\sin\theta; -P\cos\theta) \quad \vec{N}(0; N)$$

$$\begin{cases} P\sin\theta + F_x = 0 \\ N - P\cos\theta + F_y = 0 \end{cases} \begin{cases} F_x = -P\sin\theta \\ F_y = -N + P\cos\theta \end{cases} \begin{cases} F_x = -P\sin\theta \\ F_y = -A_{TOTy} \end{cases} \begin{cases} F_x = -P\sin\theta \\ F_y = 0 \end{cases}$$

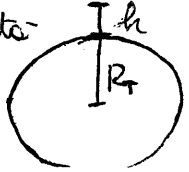
TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

28.09.2018

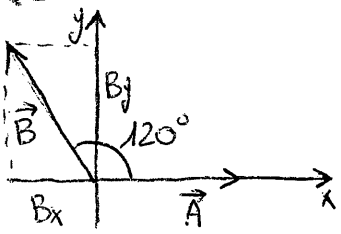
Se un corpo esercita una forza su un secondo corpo, questo esercita sul primo una forza opposta
Questo principio è detto anche "principio di azione e reazione".
L'uguaglianza tra le due forze non ha però nulla a che fare con l'equilibrio traslazionale perché si tratta di forze che agiscono su due corpi diversi. $F_{12} = -F_{21}$

INTERAZIONE GRAVITAZIONALE

La forza di gravità $\vec{g}$ agisce lungo la direzione che unisce i centri dei due corpi presi in considerazione, il verso è diretto da un corpo verso l'altro ed il modulo vale $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$, con $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot \frac{m^2}{kg^2}$ (costante gravitazionale)
Se si parla di interazione tra la Terra e corpi in prossimità della superficie, la forza di gravità è approssimabile a $g = 9{,}8\frac{m}{s^2}\left(o\ \frac{N}{kg}\right)$ perché la distanza tra il corpo e la superficie terrestre è trascurabile ($h \ll R_T$).
La forza indicata con $\vec{g}$ viene detta forza di gravità per unità di massa ed esprime l'approssimazione di un corpo gravitazionale che rimane costante se e solo se $h \ll R_T$.



ESERCIZIO



- è noto $\vec{A}(5m;0)$
- si sa che $|\vec{B}|=3m$

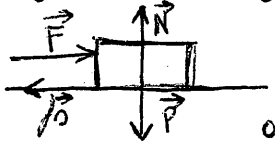
Determinare la risultante $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$

$B_x = B\cos 120° = 3\left(-\frac{1}{2}\right) = -1,5m$ $\quad C_x = A_x + B_x = 3,5m$

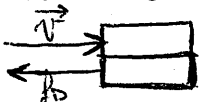
$B_y = B\sin 120° = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2,6m$ $\quad C_y = A_y + B_y = 2,6m$ $\quad \vec{C}(3,5m;2,6m)$

ATTRITO

L'attrito può essere statico oppure dinamico.
Quando un corpo viene posto sopra un altro corpo, nascono delle forze che si oppongono a qualsiasi movimento di scorrimento relativo: tali forze vengono chiamate forze di attrito e una superficie che presenta attrito viene detta scabra.

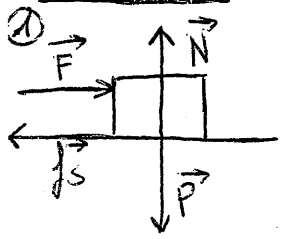


La forza di attrito statico tra due superfici ha un'intensità proporzionale all'intensità della forza normale ($\vec{N}$) tra le due superfici.
La forza di attrito statico ha modulo limitato superiormente il cui valore massimo vale $f_s \leq \mu_s \cdot N$, ha direzione tangente alla superficie di contatto e verso tale da opporsi al moto del corpo.



La forza di attrito dinamico, che si ha quando c'è un moto relativo, ha la stessa direzione ma verso opposto della velocità relativa delle due superfici e intensità proporzionale all'intensità della forza normale tra le due superfici. Il suo modulo vale $f_D = \mu_D \cdot N$.

ESERCIZIO

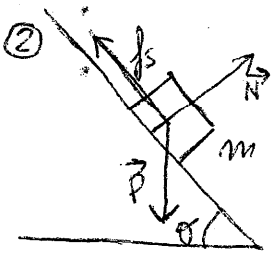


- c'è una forza di attrito statico
- il corpo è in quiete ($\Sigma \vec{F}=0$)

Determinare la forza massima applicabile affinché il corpo rimanga in quiete

$$\begin{cases} \Sigma \vec{F} = 0 \\ \Sigma \vec{F} = \vec{F} + \vec{f_s} + \vec{N} + \vec{P} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{F} + \vec{f_s} = 0 \ (\text{perché } \vec{N} + \vec{P} = 0)$$

se $f_{s\,max} = \mu_s \cdot N \Rightarrow \boxed{\vec{F}_{max} = \mu_s \cdot N} \rightarrow \vec{F}_{max} \leq \mu_s \cdot mg$ $\quad F_{max} = f_s \leq \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot mg$

② 

- è nota la massa m del corpo
- il corpo è in quiete ($\Sigma F = 0$)

Determinare l'inclinazione massima che può raggiungere θ mantenendo il corpo in quiete.

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{f}_S + \vec{N} + \vec{P} = 0$$

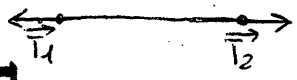
$$\begin{cases} F_x = mg\sin\theta - f_s = 0 \\ F_y = N - mg\cos\theta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} f_s = mg\sin\theta \\ N = mg\cos\theta \end{cases} \quad f_s = F_{max} \leq \mu_s N \quad \rightarrow \quad \tan\theta \leq \mu_s$$

$$mg\sin\theta \leq \mu_s\, mg\cos\theta \qquad \theta \leq \arctan\mu_s$$

CORDA O FUNE IDEALE

03-10-2018

Una corda, o fune, ideale presenta delle caratteristiche particolari. Essa infatti è inestensibile, non ha massa e ogni suo tratto si comporta come una molla ideale, infatti, se ad un estremo viene applicata una forza parallela alla sua direzione, essa risponde con una forza uguale e contraria al suo estremo opposto.

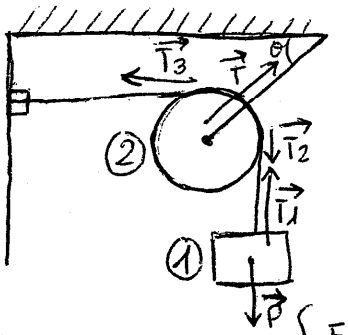


$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$$

CARRUCOLA IDEALE

Una carrucola ideale si presenta come un corpo che non ha massa e non fa oppone attrito tra sé e altri corpi

ESERCIZIO



- il corpo è in quiete ($\Sigma F = 0$)
- la carrucola è ideale

Determinare l'ampiezza dell'angolo θ.

① $\Sigma\vec{F}_i = \vec{P} + \vec{T}_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = T_1 - mg = 0 \end{cases} \rightarrow T_1 = mg \qquad |\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_3| = T_{123}$

② $\Sigma\vec{F}_i = \vec{T} + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0 \rightarrow \begin{cases} F_x = T\cos\theta - T_3 = 0 \\ F_y = T\sin\theta - T_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} T_3 = T\cos\theta \\ T_2 = T\sin\theta \end{cases}$

$\vec{P}(-mg; 0) \quad \vec{T}(T\cos\theta; T\sin\theta)$
$\vec{T}_1(T_1; 0)$
$\vec{T}_2(0; -T_2)$
$\vec{T}_3(-T_3; 0)$

$$\begin{cases} T_1 = mg \\ T_2 = T\sin\theta \\ T_3 = T\cos\theta \end{cases} \begin{cases} T_{123} = mg \\ T_{123} = T\sin\theta \\ T_{123} = T\cos\theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T\sin\theta = T\cos\theta \\ T\sin\theta = mg \end{cases} \begin{cases} \theta = 45° \\ T = \frac{mg}{\sin\theta} \end{cases}$$