ANALISI 2 [redacted].

## Funzione di più variabili

Nelle funzioni di più variabili, l'insieme di partenza è un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}^n$ d'insieme di arrivo (immagine) è $\mathbb{R}$.

Esempi $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$f(x,y) = x^2+y^2$ = $f(x_1,x_2) = (x_1)^2+(x_2)^2$

componenti del vettore in $\mathbb{R}^2$ $(x,y)$, quindi sono numeri.

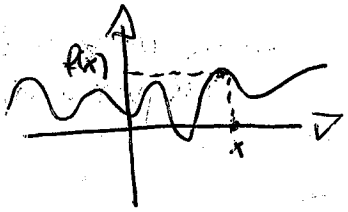
$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ $\quad f(x,y,z) = \boxed{\sin(xy) + e^{2x} + \cos x}$

componenti di un vettore

arrivo un numero.

In $\mathbb{R}^{19}$, non scrivo $f(x_1x_2x_3\dots x_{19})$, ma scrivo $f(x)$ dove $x$ è un vettore con le sue componenti.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



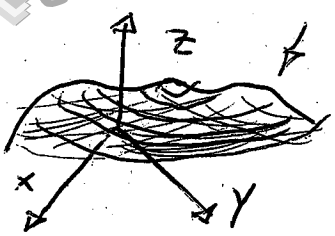

dove $x$ = insieme partenza
$f(x)$ = dove arrivo sul punto $x$

GRAFICO di $f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = f(x)\}$

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

Grafico di $f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = f(x,y)\}$

SUPERFICIE




$f(x,y)$ indico l'altezza della montagna di sopra del punto $(x,y)$

Insieme di partenza = piano $(x,y)$

$f(x,y)$ indico la quota alla quale sono la montagna.

$f: R^3 \to R$

grafico di $f = \{(x,y,z,w) \in R^4 \text{ tc } : w = f(x,y,z)\}$

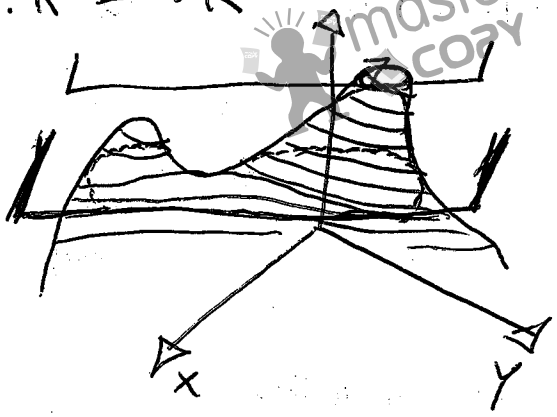
$f: R^n \to R$

grafico di $f = \{(x_1 \dots x_n) \in R^{n+1} : x_{n+1} = f(x_1 \dots x_n)\}$

— o — o — o — o — o — o —

* linee di livello
* restrizioni e rette.

$f: R^2 \to R$



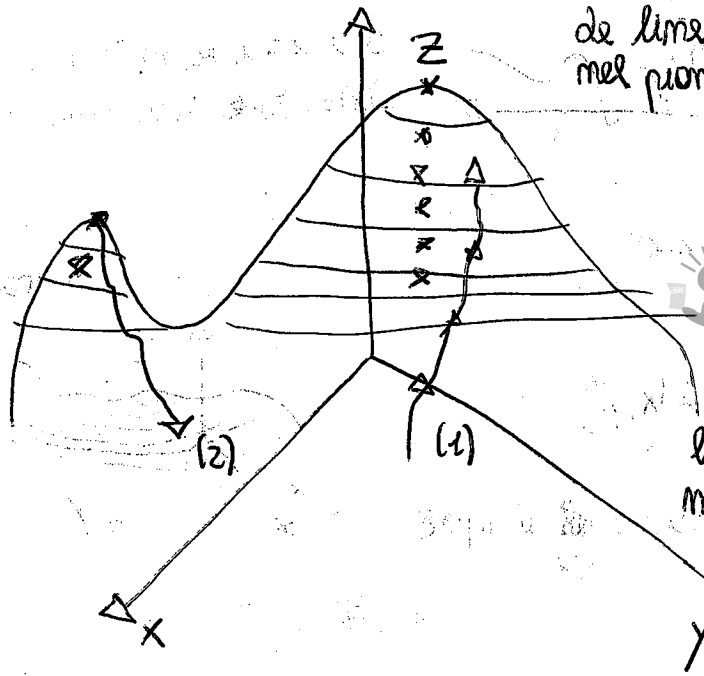

master COPY

linee di livello.

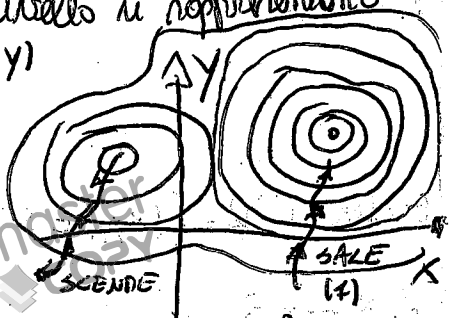
Fisso un elemento $\lambda \in R$, e taglio con un piano il grafico col livello $\lambda$

(parallelo a terra, parallelo al piano xy)

e disegno tutte le regioni della mia montagna dovute, in base all'altezza $\lambda$ a cui taglio.

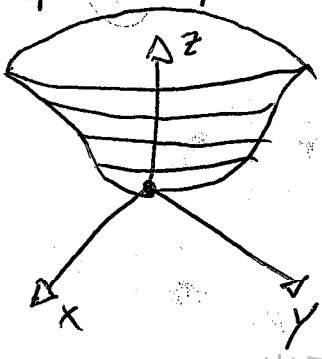



le linee di livello si rappresentano nel piano (x,y)

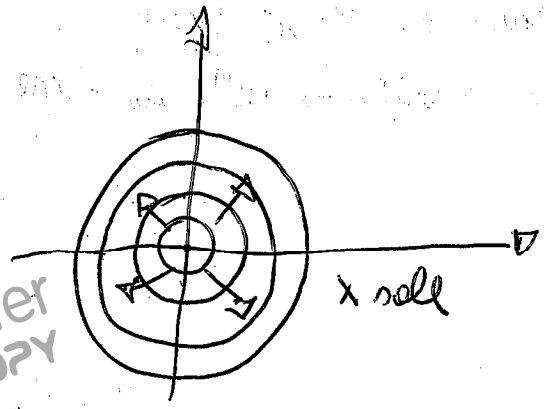



Partendo da un piano elimino che taglio la mia montagna invece lavoro solo sulle regioni della montagna più alta. Poi intersecato anche quello della montagna più bassa che fino alla linea diventerà un tutt'uno con la montagna più alta.

$f(x,y) = x^2 + y^2$




linee di livello




master COPY

Algebricamente: Dino $\lambda \in \mathbb{R}$

$f(x,y) = \lambda$ ← cerco i punti $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ in cui la funzione vale $\lambda$

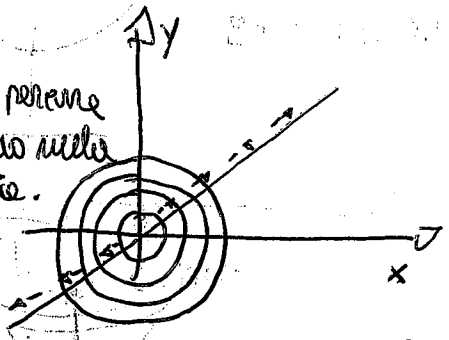
$x^2+y^2 = \lambda$ ← circonferenza con centro $(0,0)$ e raggio $\sqrt{\lambda}$

## Restrizioni a rette

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ Dino una retta nell'insieme di partenza (piano x,y)

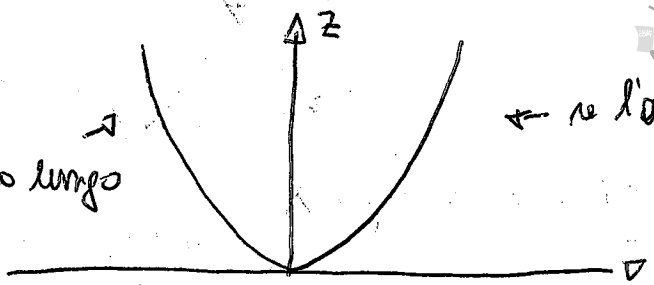
$f(x,y) = x^2+y^2$

Penso ad un 🧍 che percorre le montagne seguendo sulla carta la retta data.




master COPY

A quale altezza si trova lungo il cammino?




master COPY

→ è l'immagine su cui mi muovo lungo la retta.

← è l'immagine su cui scorre lungo la retta

retta 🧍

Algebricamente: supponiamo nulla dell'ordine = ane x

Equazione retta $\nexists$ $\boxed{y=0}$

Ora la sostituisco nella funzione.

$f(x,0) = x^2$

↑

$\boxed{y=0}$

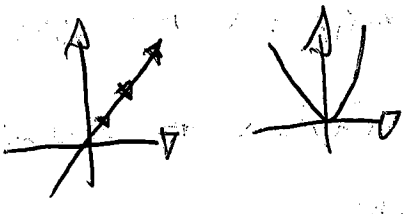



Se la retta forma ane y

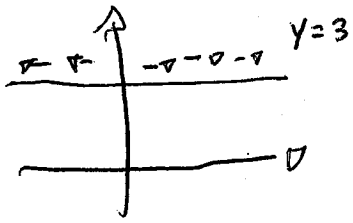
Equazione $\boxed{x=0}$ ⇝ sostituisco $f(0,y) = y^2$

Se la retta uguale bisettrice $y=x$

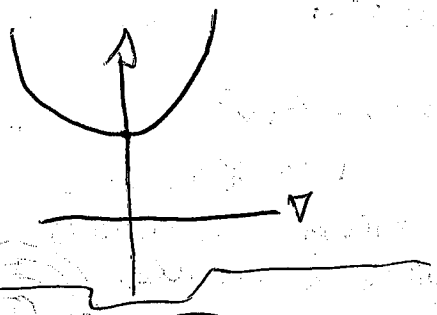
quindi $f(x,x) = x^2 + x^2 = 2x^2$



Se la retta fone

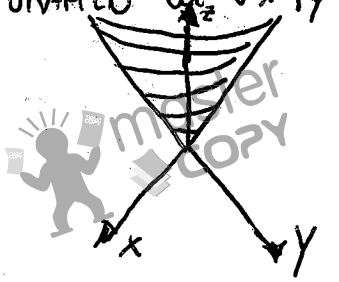



$f(x,3) = x^2 + 9$



Esempio 2 $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

GRAFICO di $\sqrt{x^2+y^2}$



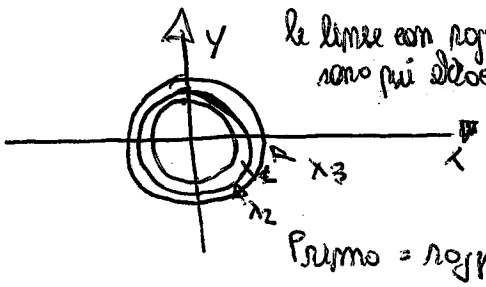

master
COPY

Linee di livello.

$f(x,y) = \lambda$

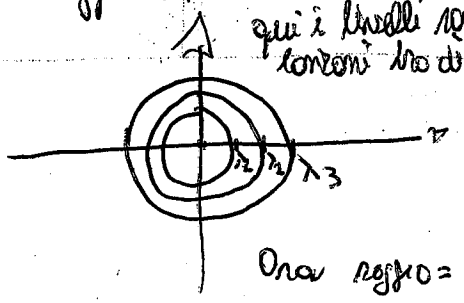
$\sqrt{x^2+y^2} = \lambda$

$x^2+y^2 = \lambda^2$ ← circonferenze con centro (0,0) e raggio $\lambda$




le linee con raggio $\sqrt{\lambda}$ sono più distanti tra loro.

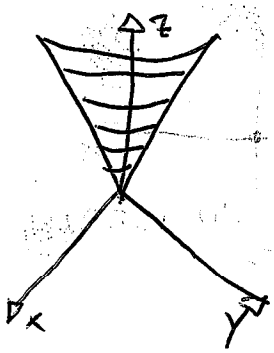
Primo = raggio $= \sqrt{\lambda}$



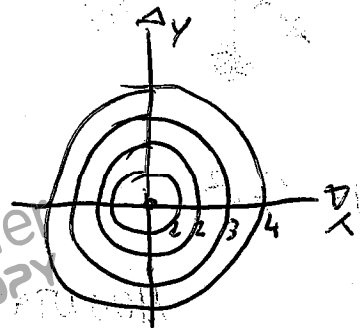

qui i livelli sono più vicini tra di loro.

Ora raggio $= \lambda$

Continuiamo a vedere $\sqrt{x^2+y^2}$




linee di livello

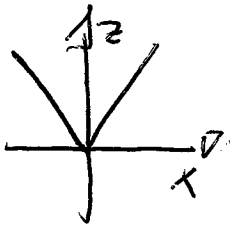



master COPY




ovvero che prende lo nello $y=0$ ALTEZZE OMINO.

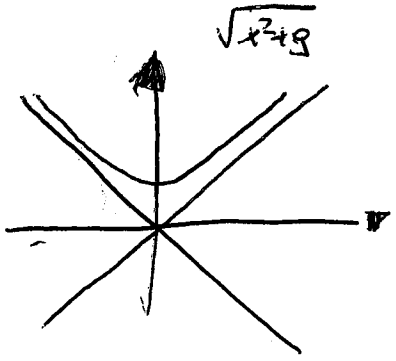
$$f(x,0) = \sqrt{x^2} = |x|$$




ovvero lungo lo nello $y=3$

$$f(x,3) = \sqrt{x^2+9} =$$

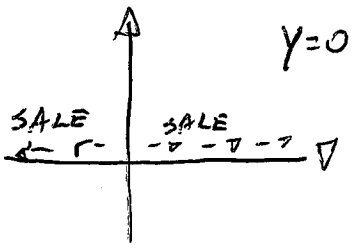
algebricamente



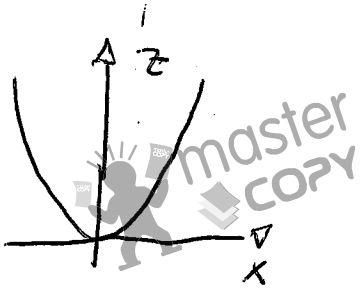

Esempio 3

$$f(x,y) = x^2 - y^2$$

$y=0$

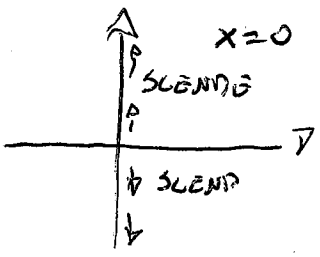



$$f(x,0) = x^2$$




master COPY

$x=0$




$$f(0,y) = -y^2$$

