LA RACCOLTA E' COMPRENSIVA DI:

- 24 TESTI DI COMPITI D'ESAME
- CIRCA 150 ESERCIZI RISOLTI CORRETTAMENTE

PIETRO BALESTRI


master
COPY

master
COPY

UNIVERSITÀ DI PISA
Prova Scritta n.2 - 04/07/2017
Proff. PUNZI e RIZZI
FISICA GENERALE I per INGEGNERIA GESTIONALE e INGEGNERIA CHIMICA

Una locomotiva affronta una curva in pianura alla velocità v. Sapendo che la massa della locomotiva è m e che il raggio di curvatura della curva è R si calcoli.

1) Il modulo della forza totale esercitata dalla locomotiva sui binari. [N]

Soluzione: La forza $\vec{F}_l$ totale esercitata sui binari dalla locomotiva è per il terzo principio della dinamica uguale e contraria a quella esercitata dai binari sulla locomotiva. La somma delle forze sulla locomotiva deve essere uguale alla massa per l'accelerazione della locmotiva, ovvero:

$$m\vec{g} - \vec{F}_l = m\vec{a}$$

dove $\vec{a}$ è l'accelerazione della locomotiva che in un moto circolare uniforme come quello dato è l'accerlerazione centripta $a_c = \frac{V^2}{R}$.
Invertendo si ottiene

$$\vec{F}_l = m\vec{g} - m\vec{a}$$

e visto che $\vec{a}$ e $\vec{g}$ sono ortogonali, il modulo si può scrivere semplicemente come

$$F_l = m\sqrt{g^2 + a^2}$$

2) L'angolo che forma la superficie libera dell'acqua in un bicchiere appoggiato su un tavolino del treno rispetto al piano del tavolino stesso (si consideri l'acqua in quiete rispetto al treno), assumendo che le rotaie siano piane e che il treno non abbia meccanismi di pendolamento (ovvero il tavolino e' parallelo alla pianura). [gradi]

Soluzione: Nel sistema non inerziale solidale con il treno possiamo considerare che i corpi sono soggetti ad una forza peso effettiva $\vec{g'} = \vec{g} - \vec{a}$ e la superficie libera dell'acqua sarà ortogonale a g'.

$$\alpha = atan(\frac{v^2}{r}/g)$$

3) Mentre sta percorrendo la curva, il treno frena improvvisamente, bloccando le ruote e iniziando a slittare. Durante la slittata, quanto vale l'angolo di cui alla domanda precedente, nel momento in cui la velocità vale $v_1 = \frac{v}{2}$, dove v è quella data al punto 1 ? Il valore del coefficiente di attrito dinamico tra il treno e i binari è uguale a μ. [gradi]

Soluzione: L'unica differenza rispetto al caso precedente è che adesso l'accelerazione del sistema non inerziale vale $\vec{a} = \vec{a_c} + \vec{a_{tan}}$ dove l'accelerazione tangenziale vale $a_{tan} = g\mu$ essendo la forza di attrito dinamico $F_d = \mu|N| = \mu mg$.

Una lattina di alluminio può essere approssimata come una parte cilindrica, vuota, di raggio r e massa m_1 chiusa da due dischi, ciascuno di massa m_2 e stesso raggio. Si calcoli:

4) il momento di inerzia della lattina rispetto al suo centro di massa [kg·m^2]

Soluzione:

Il momento di inerzia di ogni tappo vale $I_t = \frac{1}{2}m_2R^2$ mentre quello del cilindro vuoto vale m_1R^2. Il momento di inerzia totale è la somma

$$I = (m_2 + m_1)R^2$$

5) la velocità angolare con cui giunge al termine di un piano inclinato di altezza h e angolo α se rotola senza strisciare partendo da ferma. [rad/s]

Soluzione: In assenza di forze dissaptive l'energia meccanica si conserva, quindi

$$m_{lat}gh = \frac{1}{2}m_{lat}V_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

e sostituendo $\omega = V/R$ e il momento di inerzia calcolato al punto precedente si ottiene

$$\omega = \sqrt{2gh \cdot \frac{m_1 + 2m_2}{2m_1 + 3m_2}}$$

6) la velocità del centro di massa della lattina quando giunge al termine dello stesso un piano inclinato, sempre partendo da ferma e facendo puro rotolamento, nell'ipotesi in cui sia riempita con m_L g di bibita (si assuma che l'attrito tra la lattina e il liquido sia completamente trascurabile)

Soluzione: Vista l'assenza di attrito il liquido all'interno non ruota e si muove con velocità pari a quella del centro di massa della lattina. Il problema è quindi simile al precedente aggiungendo l'energia potenziale e cinetica del liquido all'equazione sopra

$$m_{tot}gh = \frac{1}{2}m_{tot}V_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

e quindi

$$V = R\sqrt{2gh \cdot \frac{m_1 + 2m_2 + m_L}{2m_1 + 3m_2 + m_L}}$$

7) Un pozzo è dotato di una piccola pompa, immersa nel pozzo, che immette P l/min di acqua in un tubo per innaffiare di diametro d mm il cui estremo libero si trova h m più in alto della superficie libera dell'acqua del pozzo. Si calcoli la differenza di pressione generata dalla pompa, sapendo che la sezione della pompa ha diametro molto maggiore del tubo. [Pa]

Soluzione: La pompa si troverà sotto al pelo dell'acqua di una certa altezza a. La pressione dell'acqua prelevata dalla pompa vale quindi $P_1 = P_0 + \rho g a$. Tra l'uscita della pompa e il punto in cui esce l'acqua possiamo scrivere la legge di Bernoulli:

$$P_2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g(a + h)$$

dove si è trascurata la velocità in uscita dalla pompa visto il diametro di questa risultava molto maggiore di quello del tubo per innaffiare.

Quindi la differenza di pressione introdotta dalla pompa si può scrivere come

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h$$

dove la velocità si determina dalla portata $v = \frac{P}{\pi r^2}$

8) Una molla di lunghezza a riposo l_0 e costante elastica K e' attaccata da un lato ad un blocchetto di massa m appoggiato su un piano orizzontale liscio, dall'altro ad una parete ad un punto alla stessa altezza del blocchetto in modo da risultare sempre orizzontale. Sapendo che il blocchetto ha velocità v_1=0 al tempo t_1 e v_2 al tempo t_2, si calcoli l'ampiezza delle oscillazioni. [m]

Soluzione: Per un oscillatore armonico possiamo scrivere

$$v(t) = A\omega sin(\omega t + \phi)$$

da cui imponendo $v(t_1) = 0$ si ottiene che $\phi = -\omega t_1$ e inserendo ϕ in $v(t_2) = v_2$ si ottiene

$$A = \frac{v_2}{\omega sin(\omega(t_2 - t_1))}$$

9) Si calcoli il periodo di una cometa sapendo che quando si trova a d UA da esso viaggia ad una velocità $v =$ e il vettore velocità forma un angolo θ con la direzione cometa-Sole. Qual è il periodo della cometa ? [anni]

Soluzione: Nel moto si conservano momento angolare ed energia meccanica, quindi posso calcolare quelli iniziali come

$$L_0 = m\ v\ d\ sin(\alpha)$$

e per l'energia

$$E_0 = \frac{1}{2}mv^2 - GMm/d$$

Il periodo si può ottenere dalla terza legge di keplero se si conosce il semiasse maggiore. Il semiasse maggiore può essere trovato come

$$a = \frac{d_{min} + d_{max}}{2}$$

dove d_min e d_max si ottengono da conservazione di energia meccanica e momento angolare ricordandosi che in questi punti il momento angolare vale semplicemente $L = dmv$ visto che la velocità e ortogonale al vettore posizione.

Le gomme di un auto, di massa totale 1000 kg, sono deformate nella regione di contatto con il terreno in modo che la parte a contatto con il terreno risulta essere, per ognuna delle 4 gomme, un rettangolo largo quanto la gomma a e lungo d. Il volume totale di aria contenuto in ciascuna gomma e' V litri. Si trascuri l'elasticitá della gomma e la si consideri come in grado di esercitare soltanto un vincolo unidirezionale verso il suo interno. Si trascuri inoltre la diminuzione di volume della gomma dovuta alla deformazione.

10) Sapendo che d'estate alla temperatura di 35 gradi d_e cm, se il proprietario non gonfia le gomme quanto sara' il valore di d nel momento più freddo dell'inverno con T=-10 gradi? [cm]

Soluzione: La pressione di ogni gomma sarà pari alla forza che agisce su ogni gomma $mg/4$ diviso l'area di contatto $A = d \cdot a$. dall'equazione di stato si ottiene che

$$\frac{P_{est}}{T_{est}} = \frac{nR}{V} = \frac{P_{inv}}{T_{inv}}$$

e quindi sostituendo l'espressione ottenuta sopra per $P = mg/(4da)$

$$T_{est}d_{est} = T_{inv}d_{inv}$$

da cui

$$d_{inv} = T_{est}d_{est}/T_{inv}$$

11) Quante moli di gas vanno aggiunte per ogni ruota per tornare allo stesso valore di d anche in inverno ?

Soluzione: Il numero di moli presenti nella ruota si può calcolare dall'equazione di stato

$$n_0 = P_{est}V/(RT_{est})$$

per avere lo stesso valore di d bisogna avere la stessa pressione e quindi

$$n_{inv} = P_{est}V/(RT_{inv})$$

il nummero di moli da aggiungere sarà quindi $n_{inv} - n_0$

12) Si calcoli il lavoro necessario per comprimere in modo adiabatico un volume d'aria (gas biatomico) pari a V_0 litri dalla pressione iniziale atmosferica ad una pressione finale P_f atm [J]

Soluzione: Trattandosi di una trasformazione adiabatica $Q = 0$ quindi il primo principio della termodinamica diventa:

$$\Delta E = -L$$