Prefazione

Cari colleghi,

la seguente raccolta contiene gli appunti relativi al corso di Elettrotecnica e lo svolgimento degli esercizi dati nella prova scritta degli anni 2018, 2019, 2020 eseguiti durante le ore di lezione.

Mi scuso in anticipo per eventuali errori grammaticali presenti e non notati.

In bocca al lupo per l'esame!

master COPY
master COPY COPISTERIA
master COPY

Elettrotecnica → "tecnica dell'elettricità"
si occupa dei circuiti elettrici studiando i fenomeni fisici che riguardano i campi elettromagnetici
- insieme di vettori distribuiti nello spazio (con intensità, direzione, verso variabili nel tempo) che descrivono in ogni punto dello spazio una forza
- campi vettoriali → campo elettrico → generato dalla presenza di una o più cariche elettriche statiche (ferme)
- campi vettoriali → campo magnetico → generato dal moto di una carica elettrica (correnti)
- combinazione del campo elettrico e magnetico dovuto al fatto che le cariche si muovono

I fenomeni elettromagnetici sono rappresentati dalle equazioni di Maxwell → Il CIRCUITO ELETTRICO è un modello idealizzato che ci consente di semplificare la formulazione dei problemi relativi ai fenomeni elettromagnetici

Mi interessa capire qual è la potenza elettrica assorbita da un corpo conduttore investito da una certa radiazione elettromagnetica (mi concentro su due punti A, B)

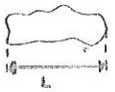


$P = v_{AB} \cdot i$ → corrente; potenza; tensione



(2 poli → morsetti / capi / terminali)

- Semplificazione realizzabile solo ai fini del calcolo della tensione tra i due punti accessibili A, B e all'intensità di corrente che passa tra i due punti ("agli effetti esterni")
- Ipotesi per la semplificazione: $\lambda \gg L$ → massima dimensione geometrica del volume in cui avvengono i fenomeni elettromagnetici
  - lunghezza d'onda $\lambda = \frac{c}{f}$ (c → vel. luce $3 \cdot 10^8$ m/s; f → frequenza dei campi elettromagnetici)
  - di solito è la lunghezza L



- Problema fondamentale delle reti elettriche → determinare tutte le correnti e tensioni in ogni componente del circuito

$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightsquigarrow i = \frac{\partial q}{\partial t}\Big|_S$ quantità di carica elettrica che attraversa una superficie S in un tempo t [A]

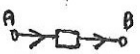
- Ogni bipolo è caratterizzato da una legge identificativa che lega la tensione tra i morsetti del bipolo e la corrente che attraversa i terminali del bipolo stesso

Eq. costitutiva diretta → $v(t) = F[i(t)]$

Eq. costitutiva inversa → $i(t) = G[v(t)]$

con $F = G^{-1}$, $G = F^{-1}$

Valore + verso





Il (-) indica che in realtà i scorre nell'altro verso $i_{AB} = -i_{BA}$

Il verso della freccia della corrente indica che se il valore della corrente è positivo, il verso indicato corrisponde all'effettivo senso di moto della corrente

$v_{AB} = \frac{\mathcal{L}_{AB}}{q}$ lavoro per unità di carica necessario per spostare la carica da A a B [V]

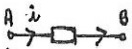
le cariche non si muovono sole, vi è un campo elettrico che la muove oppure una forza esterna che la fa muovere in verso opposto al campo elettrico



$\mathcal{L}_{AB} > 0$ quindi $v_{AB} > 0$

$\mathcal{L}_{BA} < 0$ quindi $v_{BA} < 0$ → spostamento discorde con il campo elettrico

- 4 possibili combinazioni







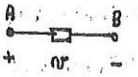


riferimenti associati (i entra nel morsetto pos.)
- $P > 0$ assorbita dal bipolo
- $P < 0$ erogata dal bipolo

riferimenti non associati (i entra nel morsetto neg.)
- $P > 0$ erogata dal bipolo
- $P < 0$ assorbita dal bipolo

$w(t) = \int p(t)\,dt$ → energia

Valore + polarità tra due punti





$v_{AB} = -v_{BA}$

Il morsetto indicato con il segno (+) della tensione indica che se il valore della tensione è positivo, il morsetto (+) ha un potenziale superiore rispetto a quello del morsetto (-)

Oss. Nei circuiti si può parlare indifferentemente di tensione o di differenza di potenziale tra 2 punti

Circuito elettrico ⇝ insieme di bipoli elementari collegati tra loro tramite i loro morsetti

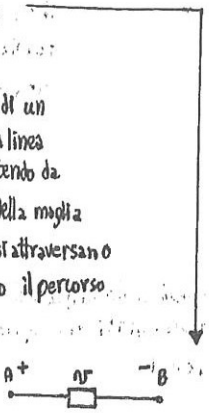
RAMI r ⇝ collegamento di bipoli in cui circola la stessa corrente

NODI n ⇝ punti di collegamento tra almeno 3 bipoli

MACRONODO ⇝ superficie che racchiudono più di un nodo

CADUTA DI TENSIONE ⇝ differenza di potenziale tra due punti

MAGLIA ⇝ insieme di rami distinti di un circuito che formano una linea chiusa in modo che partendo da uno qualsiasi dei nodi della maglia e ritornando adesso, si attraversano tutti i rami che formano il percorso una sola volta

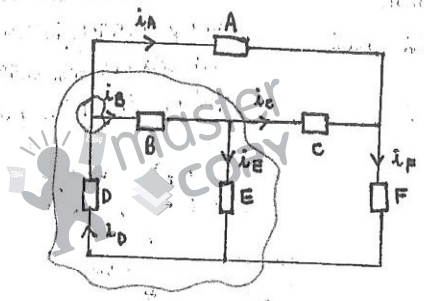


$V_{AB} = \begin{cases} v & \text{se nodo A con segno (+)} \\ -v & \text{se nodo A con segno (-)} \end{cases}$

$V_{BA} = -V_{AB}$

1° principio di Kirchhoff (regola di comportamento per le correnti)

La somma algebrica delle correnti appartenenti ai rami che tagliano una superficie chiusa è zero



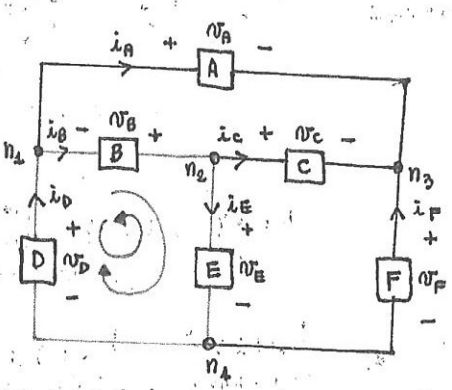
entrante, uscente

$+i_F - i_C - i_A = \emptyset$

$+i_D - i_B - i_A = \emptyset$

2° principio di Kirchhoff (regola di comportamento per le tensioni)

La somma algebrica delle cadute di tensione dei rami che formano una maglia di un circuito è zero



considero la maglia che comprende i nodi n_1, n_2, n_4

$V_{12} + V_{24} + V_{41} = \emptyset$

$\rightsquigarrow -v_B + v_E - v_D = \emptyset$

(ho preso un verso di circuitazione in senso orario

$V_{21} + V_{14} + V_{42} = \emptyset$

$\rightsquigarrow +v_B + v_D - v_E = \emptyset$

(ho preso un verso di circuitazione in senso antiorario)

1° P.d.K. ⇝ $n-1$ equazioni lin. indipendenti (r incognite i)

2° P.d.K ⇝ $r+1-n$ equazioni lin. indipendenti (r incognite v)

1° + 2° P.d.K. ⇝ $n-1+r-n+1 = r$ equazioni lin. indipendenti (2r incognite i, v) ⇝ con solo queste non è risolvibile (r equazioni ma 2r incognite)

e in più sfrutto le eq. costitutive V ramo r ⇝ $\begin{cases} v = f(i) \\ i = g(v) \end{cases}$

Riprendiamo l'esempio sopra

I P.d.K. # eq. lin. ind. ⇝ $n-1 = 4-1 = 3$

- per il nodo 1 : $i_D - i_A - i_B = \emptyset$
- per il nodo 2 : $i_B - i_C - i_E = \emptyset$
- per il nodo 3 : (non ci serve)
- per il nodo 4 : $i_E - i_D - i_F = \emptyset$

II P.d.K. # eq. lin. ind. ⇝ $r-n+1 = 6-4+1 = 3$

- rettangolo in alto : $v_A - v_C + v_B = \emptyset \rightsquigarrow f(i_A) - f(i_C) + f(i_B) = \emptyset$
- rettangolo a dx : $v_D + v_F - v_E = \emptyset \rightsquigarrow f(i_C) + f(i_F) - f(i_E) = \emptyset$
- rettangolo a sx' : $v_E - v_D - v_B = \emptyset \rightsquigarrow f(i_E) - f(i_D) - f(i_B) = \emptyset$

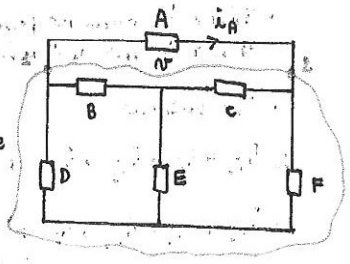
Ora ho un sistema di 6 equazioni e 6 incognite ⇝ risolvibile

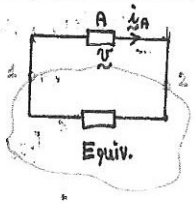
È bene evidenziare però come molto spesso quello che interessa trovare sono solo alcune delle grandezze di prima (non tutte)

Oss.
Avrei potuto anche scrivere le equazioni in funzione di v

Principio del circuito equivalente

È possibile sostituire un circuito complesso con uno più semplice se le equazioni identificative ai suoi morsetti, sono le stesse





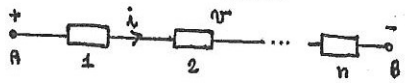
$v = f(i_A)$

$\tilde{v} = \tilde{f}(\tilde{i}_A)$

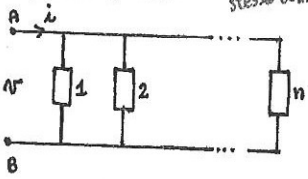
condizione:

$\left.\begin{matrix} v = \tilde{v} \\ i_A = \tilde{i}_A \end{matrix}\right\} f \equiv \tilde{f}$

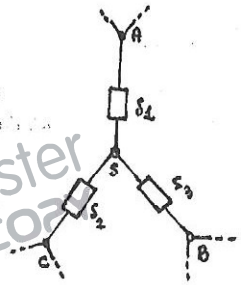
- collegamento serie ⇝ bipoli attraversati dalla stessa corrente



- collegamento parallelo ⇝ bipoli sottoposti alla stessa tensione

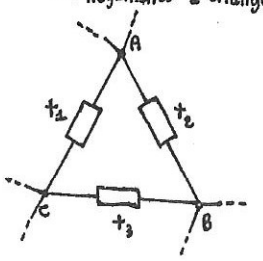


- collegamento a stella



nel passaggio al collegamento a triangolo si perde un nodo, si guadagna una maglia

- collegamento a triangolo

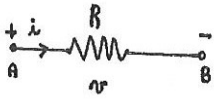


master COPY COPISTERIA

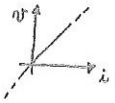
Resistore ⇝ parametro che dipende da: - geometria - materiale - temperatura

↳ elemento circuitale a due morsetti, che simula gli effetti dissipativi dovuti all'effetto Joule;

la grandezza del resistore è detta resistenza $[\Omega] = \frac{[V]}{[A]}$



Legge di Ohm: $v = R \cdot i$ ⇝ relazione lineare



$i = \frac{v}{R} = Gv$

conduttanza $G = \frac{1}{R}$ $[\Omega]^{-1}$; [Siemens]; [mho]

$P = v \cdot i$

$= (i \cdot R) \cdot i = R i^2$

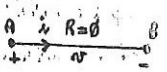
oppure

$P = v \cdot i$

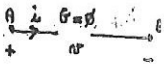
$= v(Gv) = Gv^2$

essendo $P \geq \emptyset$ ⇝ P assorbita ed avendo il resistore riferimenti associati ⇝ questa potenza viene nella realtà trasformata per effetto Joule in calore

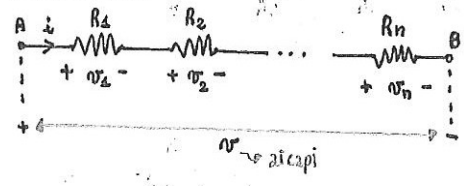
Se $R = \emptyset$ ⇝ corto circuito ⇝ $v = R \cdot i = \emptyset$



Se $G = \emptyset$ ($R = \infty$) ⇝ circuito aperto ⇝ $i = G \cdot v = \emptyset$



- resistore serie



$v = f(i) = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

$= R_1 i + R_2 i + \ldots + R_n i$

$= (R_1 + R_2 + \ldots + R_n) i$

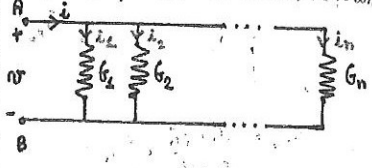
applico il princ. del circuito equivalente

$\tilde{v} = f(\tilde{i}) = R_S \tilde{i}$

$f \equiv \tilde{f}$ ⇝ $R_S = (R_1 + R_2 + \ldots + R_n)$

$R_S = \sum_{J=1}^{n} R_J$ ⇝ un collegamento di n resistori in serie è rappresentabile come un unico resistore avente resistenza R_S

- resistore parallelo (per comodità uso la conduttanza)



$i = g(v) = i_1 + i_2 + \ldots + i_n$

$= G_1 v + G_2 v + \ldots + G_n v$

$= (G_1 + G_2 + \ldots + G_n) v$

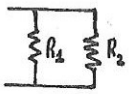
applico il princ. del circuito equivalente

$\tilde{i} = \tilde{g}(\tilde{v}) = G_p \tilde{v}$

$g \equiv \tilde{g}$ ⇝ $G_p = (G_1 + G_2 + \ldots + G_n)$

$R_p = \frac{1}{G_p} = \frac{1}{\sum_{J=1}^{n} G_J} = \frac{1}{\sum_{J=1}^{n} \frac{1}{R_J}}$

nel caso di solo 2 resistori in parallelo

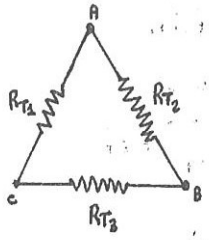


un collegamento di n resistori in parallelo è rappresentabile come un unico resistore avente resistenza R_p o conduttanza G_p

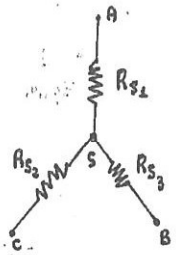
$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ (partendo sempre da $R_p = \frac{1}{\sum_{J=1}^{n} \frac{1}{R_J}}$)

inoltre se $R_1 = R_2$ ⇝ $R_p = \frac{R_1}{2}$

- resistore a triangolo



- resistore a stella

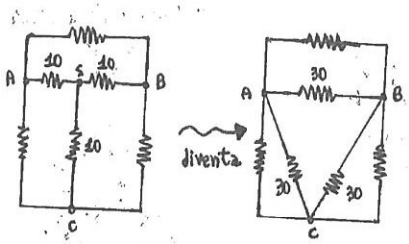


• Esistono delle formule per passare da Δ a Y oppure da Y a Δ

• Caso particolare:

se $R_{T_1} = R_{T_2} = R_{T_3} = R_T \rightarrow R_S = \frac{R_T}{3}$

se $R_{S_1} = R_{S_2} = R_{S_3} = R_S \rightarrow R_T = 3R_S$



master COPY COPISTERIA

master COPY

Caratteristiche notevoli dei bipoli

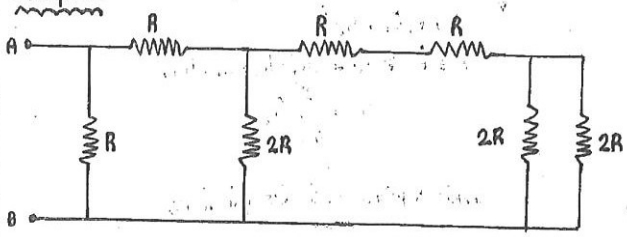
Linearità: un bipolo si dice lineare se la curva rappresentativa della sua equazione costitutiva è una retta passante per l'origine;
Passività: un bipolo si dice passivo se w(t), valutata utilizzando riferimenti associati, è sempre maggiore od uguale a zero;
Tempo invarianza: un bipolo si dice tempo invariante se la curva rappresentativa della sua equazione costitutiva non varia nel tempo;
Memoria: un bipolo si dice con memoria se i valori della tensione (corrente) ai suoi capi ad un certo istante dipendono dai valori assunti dalla corrente (tensione) negli istanti precedenti. Si dice senza memoria quando invece la tensione (corrente) ai suoi capi ad un certo istante dipende solo dal valore della corrente (tensione) a quell'istante.

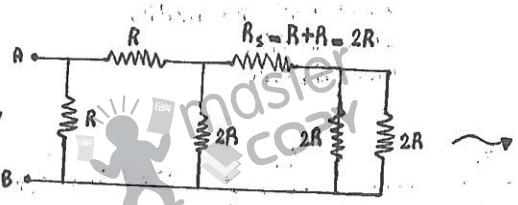
(I resistori presi in esame saranno: lineari, passivi, tempo invarianti, senza memoria)

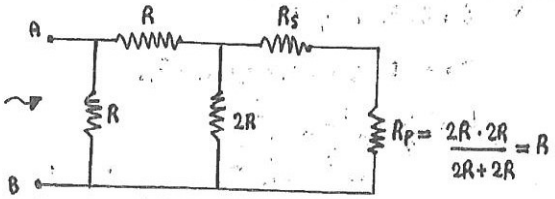
Algoritmo per calcolare una resistenza equivalente (R_{eq}) → t.c. i, v sia uguale a quella di partenza

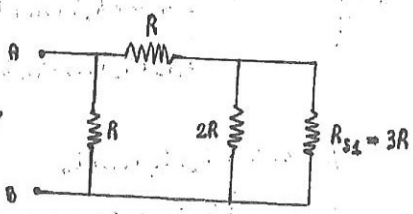
Step 1: individuare i collegamenti serie e sostituirli con il resistore equivalente
Step 2: individuare i collegamenti parallelo e sostituirli con il resistore equivalente
Step 3: esiste una sola resistenza $\bar{R}$ tra A e B?
→ si: $\bar{R}$ è la R_{eq} cercata
→ no: esiste un collegamento serie?
→ si: torna al passo 1
→ no: individuare collegamenti stella e trasformarli in triangolo o viceversa + tornare poi al passo 1

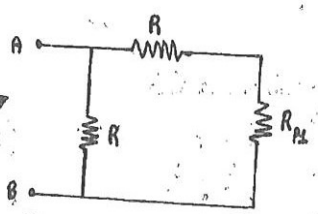
Esempio 1











$\left(R_{P_1} = \frac{2R \cdot 3R}{2R+3R} = \frac{6}{5}R\right)$

