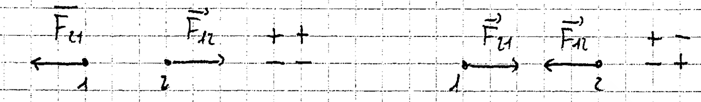
GIULIANA RIZZO

LIBRO: SERWAY con JEWETT → "Fisica per Scienze e Ingegneria" Volume 2 quarta edizione 2009

SITO E-LEARNING di ingegneria

PROPRIETÀ DELLE CARICHE ELETTRICHE

1) Esistono due tipi di cariche elettriche, POSITIVA e NEGATIVA. Cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono



2) In un sistema isolato la carica si conserva. Non si crea né si distrugge ma si può trasferire da un corpo all'altro.

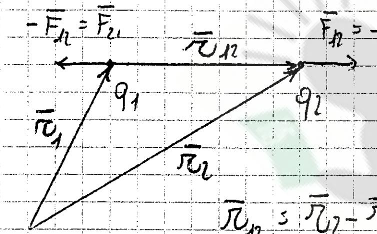
3) La carica è QUANTIZZATA, è un multiplo intero della carica elementare del protone o dell'elettrone

$$n \cdot |q_{e}| = n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$$ ← COULOMB

4) Si distinguono materiali CONDUTTORI in cui all'interno esistono cariche elettriche libere di muoversi sotto l'AZIONE DI FORZE ELETTRICHE, e materiali ISOLANTI, in cui le cariche rimangono fisse.

LEGGE DI COULOMB

Descrive la forza tra cariche puntiformi nel vuoto.



$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$F_{c,1\to 2} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{|\vec{r}_{12}|^2}\,\hat{r}_{12} = k q_1 q_2 \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}$$

FORZA CHE ESERCITA q_1 su q_2

VERSORE

VETTORE POSIZIONE DI q_1 rispetto a q_2

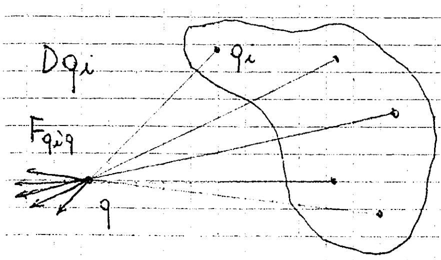
- È una legge VETTORIALE che restituisce un vettore con direzione $\vec{r}_{12}$. Il verso di questa forza dipende dal prodotto $q_1 q_2$

$q_1 q_2 > 0$ — $\vec{F}_{12}$ → q_2 — FORZA REPULSIVA cariche stesso segno

$q_1 q_2 < 0$ — ← $\vec{F}_{12}$ q_2 — FORZA ATTRATTIVA cariche segno opposto

- È proporzionale a $1/|\vec{r}_{12}|^2$ e a $q_1 q_2$. La $k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ o $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ dove $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$ è la COSTANTE DIELETTRICA nel vuoto.

DISTRIBUZIONE DISCRETA DI CARICHE

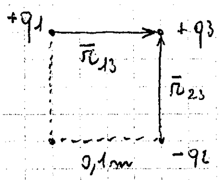


$$\vec{E}(P) = \frac{F_{eq}(P)}{q}$$

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{cq} = \sum_{i=1}^{m} F_{q_i q} = \sum_{i=1}^{m} k \cdot \frac{q_i q}{|r_{q_i q}|^2} \cdot \hat{r}_{q_i q}$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI. La forza totale è la somma vettoriale delle singole forze di Coulomb che le q_i esercitano su q

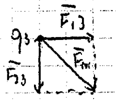
ESEMPIO



$q_1 = q_2 = 2\,\mu C$
$q_3 = 3\,\mu C$

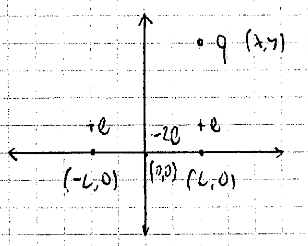
$F_{tot\, q_3} = \bar F_{13} + \bar F_{23}$ si fa con la regola del parallelogramma

$$F_{23} = k \cdot \frac{q_2 q_3}{0{,}1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0{,}1^2} = 5{,}4 \ C$$



$$F_{tot\, q_3} = |F_{13}| \cdot \sqrt{2} \quad \text{direzione } -45°$$

ESEMPIO



$$F_{q(x,y)} = F_{1q} + F_{2q} + F_{3q} = k \frac{q_1 q}{|\bar r_{1q}|^2} \cdot \hat r_{1q} + k \frac{q_2 q}{|\bar r_{2q}|^2} \hat r_{2q} + k \frac{q_3 q}{|\bar r_{3q}|^2} \hat r_{3q}$$

$$\bar r_{1q} = \bar r_q - \bar r_1 = (x,y) - (-L,0) = (x+L, y)$$
$$\bar r_{2q} = \bar r_q - \bar r_2 = (x,y) - (L,0) = (x-L, y) \qquad |\bar r_{3q}|^3 = |(x^2+y^2)|^{3/2}$$
$$\bar r_{3q} = \bar r_q - \bar r_3 = (x,y) - (0,0) = (x,y)$$

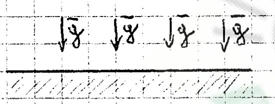
$$F_{q(x,y)} = k e q \cdot \frac{(x-L, y)}{|(x+L)^2 + y^2|^{3/2}} + k e q \frac{(x+L, y)}{|(x-L)^2 + y^2|^{3/2}} - 2 k e q \frac{(x,y)}{|(x^2+y^2)|^{3/2}} =$$

$$= k e q \left[\hat x \left(\frac{x+L}{|(x+L)^2+y^2|^{3/2}} + \frac{x-L}{|(x-L)^2+y^2|^{3/2}} + \frac{-2x}{|(x^2+y^2)|^{3/2}} \right) + \hat y \left(\frac{y}{|(x+L)^2+y^2|^{3/2}} + \frac{y}{|(x-L)^2+y^2|^{3/2}} + \frac{-2y}{|(x^2+y^2)|^{3/2}} \right) \right]$$

CAMPO

Usato in fisica per descrivere le interazioni a distanza tra corpi

ES



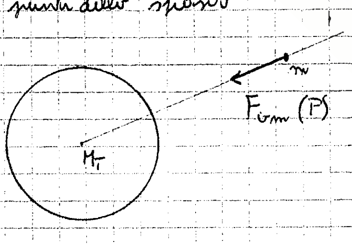
$F_m(P) = m \cdot \bar g \longrightarrow$ campo di accelerazione gravitazionale

$$\bar g = \frac{F_m(P)}{m}$$ è la forza che subirebbe una massa di prova m posta in un punto P dello spazio diviso per la sua massa.

In questo caso $\bar g$ è un CAMPO UNIFORME, che non varia nei punti dello spazio

$$\bar F_G = -G \frac{m_1 m_2}{|\bar r_{12}|^2} \cdot \hat r_{12}$$

il campo gravitazionale dovuto alla terra non è uniforme, poiché dipende dalla posizione della massa m rispetto al centro della terra.



$$\bar G(P) = \frac{F_m(P)}{m} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{|\bar r|^2} \cdot \hat r \cdot \frac{1}{m}$$

Possiamo definire così il campo elettrico come la forza che subirebbe una carica di prova posta in un punto P dello spazio, diviso per la carica di prova.

DEFINIZIONE

Il campo elettrico in ogni punto dello spazio P vale

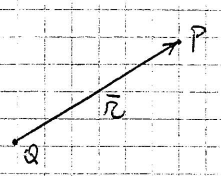
$$\bar E(P) = \frac{\bar F_q(P)}{q} \qquad [\bar E] = N/C$$

è la forza che subirebbe una carica di prova q messa in P divisa per la carica stessa. È quindi una forza per unità di carica divisa la carica.

- È un campo vettoriale
- Il campo è indipendente dalla presenza della carica di prova e riassume gli effetti di tutti le possibili sorgenti di forze elettriche in quel punto
- Direzione e verso di $\bar{E}(P)$ si visualizzano immaginando la forza che subirebbe una $q>0$ di prova in quel punto
- vale: $\bar{F}_q(P) = q \cdot \bar{E}(P)$

CAMPI GENERATI DA CARICHE PUNTIFORMI

CAMPO DOVUTO A UNA CARICA

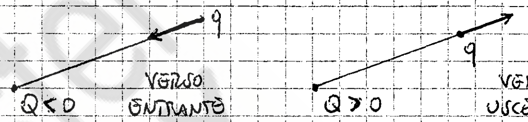


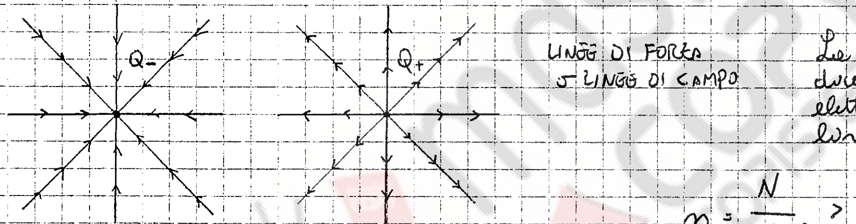
$$\bar{E}(\vec{r}) = k \frac{Qq}{|\bar{r}|^2} \cdot \hat{r} \cdot \frac{1}{q} = k \frac{Q}{|\bar{r}|^2} \cdot \hat{r}$$

MODULO PROPORZIONALE A Q E A $1/|\bar{r}|^2$

$\bar{r}$ = posizione del punto in cui calcolo il campo rispetto alla sorgente del campo

La direzione è radiale, è la congiungente il punto P e la sorgente del campo, e il verso dipende da Q.





campo $\bar{E}$ con $Q<0$ — campo $\bar{E}$ con $Q>0$

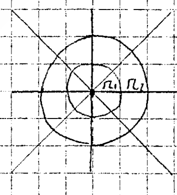
POZZI DI LINEE DI CAMPO — SORGENTI DI LINEE DI CAMPO

LINEE DI FORZA = LINEE DI CAMPO

La densità delle linee di campo mi dice quanto è intenso il campo elettrico. Vicino a Q la densità di linee per superficie è maggiore

$$\eta = \frac{N}{4\pi r_1^2} > \frac{N}{4\pi r_2^2}$$

SUPERFICIE SFERICA



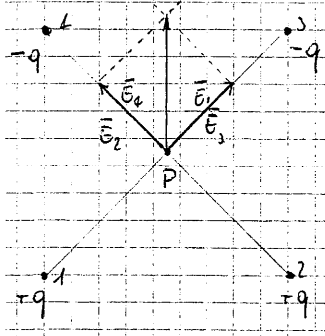
CAMPO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE DI CARICHE

Posso descrivere il campo generato da una distribuzione di cariche qualunque grazie al PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE che vale anche per il campo

$$\bar{E}_D(P) = \frac{\bar{F}_{Dq}(P)}{q} = \frac{1}{q} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} F_{q_i q} \right) = \sum_{i=1}^{n} \underbrace{\frac{\bar{F}_{q_i q}}{q}}_{\text{campo } \bar{E} \text{ nel punto P generato da } q \in D} = \sum_{i=1}^{n} \bar{E}_{q_i}(P)$$

$$\bar{E}_D(P) = \sum_{i \in D} \bar{E}_{q_i}(P)$$

ESERCIZIO



$$\bar{E}(P) = \sum_{i \in D} \bar{E}_{q_i}(P) = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \bar{E}_4$$

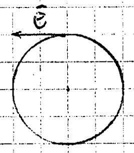
$$\bar{E}_i = Kq_i \frac{\hat{r}}{|\bar{r}|^2} \qquad \bar{E}_1 = \bar{E}_3 \qquad \bar{E}_2 = \bar{E}_4$$

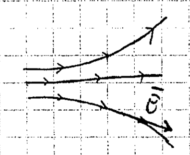
la componente orizzontale è nulla, rimangono solo le 4 componenti verticali

$$E_{TOT} = 4\bar{E}_i \hat{y} = 4Kq \frac{\hat{y}}{|a\frac{\sqrt{2}}{2}|^2} \cos 45 = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} Kq \frac{1}{a^2} \hat{y} = 4\sqrt{2} Kq \frac{1}{a^2} \hat{y}$$

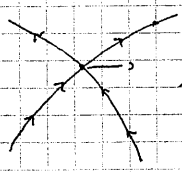
Caratteristiche delle linee di campo ($\bar{E}$)

- $\bar{E}$ in ogni punto P è tangente alle linee di campo che passa per quel punto.



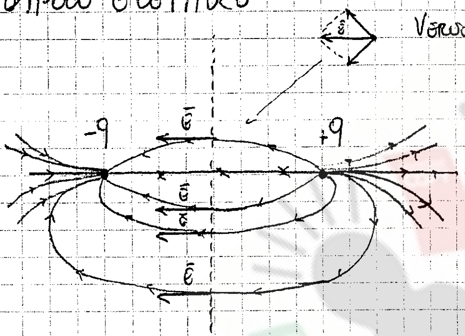


- La densità per unità di superficie delle linee di campo è proporzionale alla campo elettrico in quel punto.
- Le linee del campo $\bar{E}$ elettrostatico, generato da cariche puntiformi nello spazio, sono linee aperte che escono dalle $+q$ e entrano nelle $-q$, possono chiudersi all'infinito.
- Il numero delle linee di campo che entrano o escono da Q puntiforme, è proporzionale a Q.
- Le linee di campo non si possono intersecare.



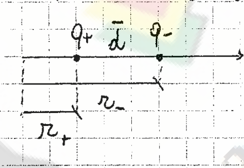
il vettore $\bar{E}$ deve essere tangente, ma qui non è possibile trovarlo.

Dipolo elettrico



Dipolo elettrico = due cariche puntiformi separate aventi stessa carica di segno opposto

Momento di dipolo

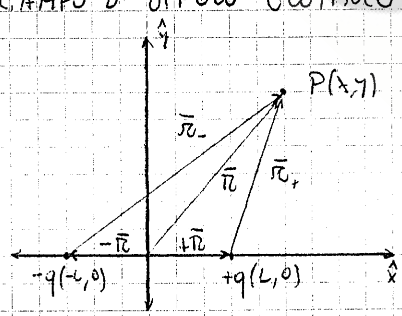


$$\bar{P} = q\cdot(\bar{R}_+ - \bar{R}_-) = q(\bar{d})\cdot\hat{d}$$

$[C \cdot m]$

orientato da q_+ e q_-, lungo $\bar{d}$

Campo di dipolo elettrico



$\bar{R}$ = vettore che mi dice il punto P dove calcolo $\bar{E} = (x,y)$

$\bar{R}_+$ = vettore posizione di $q_+ = (L,0)$

$\bar{R}_-$ = vettore posizione di $q_- = (-L,0)$

$$\bar{R} = \bar{R}_+ + \bar{r}_+ \qquad \bar{r}_+ = (x-L, y)$$

$$\bar{R} = \bar{R}_- + \bar{r}_- \qquad \bar{r}_- = (x+L, y)$$

$$\bar{E}(P) = \bar{E}(\bar{r}) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{generato da } +q \\ \text{in } \bar{R}}}{\bar{E}_+(\bar{R})} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{generato da } -q \\ \text{in } \bar{R}}}{\bar{E}_-(\bar{R})} = kq\underset{\substack{\uparrow \\ \text{posizione del punto} \\ \text{P rispetto alla sorgente} \\ \text{del campo POSITIVO}}}{\frac{\hat{r}_+}{|\bar{r}_+|^2}} - kq\underset{\substack{\uparrow \\ \text{posizione del punto} \\ \text{P rispetto alla sorgente} \\ \text{del campo NEGATIVO}}}{\frac{\hat{r}_-}{|\bar{r}_-|^2}} = kq\left(\frac{\bar{r}_+}{|\bar{r}_+|^3} - \frac{\bar{r}_-}{|\bar{r}_-|^3}\right)$$

$$|\bar{r}_+|^3 = |(x-L)^2 + y^2|^{3/2}$$

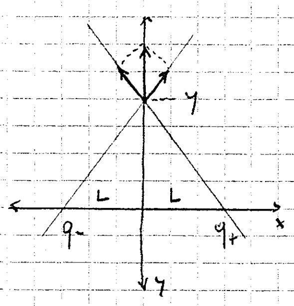
$$|\bar{r}_-|^3 = |(x+L)^2 + y^2|^{3/2}$$

$$= kq\left(\frac{(x-L, y)}{|(x-L)^2 + y^2|^{3/2}} - \frac{(x+L, y)}{|(x+L)^2 + y^2|^{3/2}}\right)$$

$$\bar{E}(P) = kq\left[\hat{x}\left(\frac{x-L}{|(x-L)^2+y^2|^{3/2}} - \frac{x+L}{|(x+L)^2+y^2|^{3/2}}\right) + \hat{y}\left(\frac{y}{|(x-L)^2+y^2|^{3/2}} - \frac{y}{|(x+L)^2+y^2|^{3/2}}\right)\right]$$

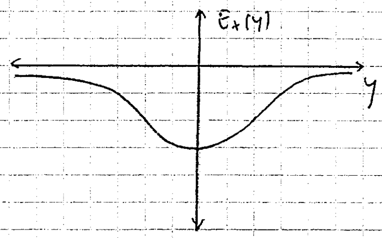
Nei punti dell'asse y il campo ha solo componente $\hat{x}$

$\bar{E}(0,y) = \bar{E}_x(y)\,\hat{x}$ componente unica su $\hat{x}$ che dipende da y



$$\bar{E}(0,y) = \hat{x}\left(\frac{-2L}{|L^2+y^2|^{3/2}}\right) = \frac{-2kLq}{|L^2+y^2|^{3/2}}\,\hat{x} = \frac{-2k\bar{P}}{|L^2+y^2|^{3/2}}\cdot\hat{x}$$

Però salgo con la y più il campo diventa minore di intensità e rimane // a x.



Per $y \gg L$ il campo elettrico va come

$$1/|y|^3 \simeq 1/|R|^3$$

In questo caso c'è un effetto di schermatura detto DOPPIO EFFETTO DI CANCELLAZIONE. Questo non vale solo per i punti degli assi ma per tutti i punti dello spazio

SVILUPPIAMO PER $|\bar{R}| \gg L$ $\quad L/R \to 0 \quad$ $f(a) = f(0) + f'(0)$ AL PRIMO ORDINE

$$|\bar{r}_+|^3 = |(x-L)^2+y^2| = |x^2+L^2-2xL+y^2|^{3/2} = |\bar{R}^2+L^2-2xL| = \left|\bar{R}^{-2}\left(1-\frac{2xL}{\bar{R}^2}+\frac{L^2}{\bar{R}^2}\right)\right| =$$

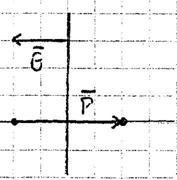
$$= \bar{R}^{-3}\left(1-\frac{3}{2}\cdot\frac{2xL}{\bar{R}^2}\right)$$

$$\bar{E}(x,y) = \frac{kq}{\bar{R}^3}\left[\left(1+\frac{3xL}{\bar{R}^2}\right)\left((x-L)\hat{x}+y\hat{y}\right) - \left(1-\frac{3xL}{\bar{R}^2}\right)\left((x+L)\hat{x}+y\hat{y}\right)\right]$$

$$\bar{E}(x,y) \simeq \dots \simeq \frac{kq}{\bar{R}^3}\left[\left(-2L+\frac{6x^2L}{\bar{R}^2}\right)\hat{x} + \left(\frac{6xyL}{\bar{R}^2}\right)\hat{y}\right]$$

Ritroviamo lo stesso andamento lungo gli assi, l'asse ortogonale passante per il punto medio

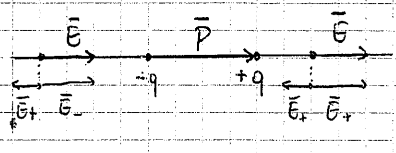
- asse $\hat{y}$ $(\perp \bar{P})$ $x=0$ $\quad \bar{E}(0,y) \simeq -2Lq\dfrac{k}{\bar{R}^3}\hat{x} = -\dfrac{k\bar{P}}{\bar{R}^3}$



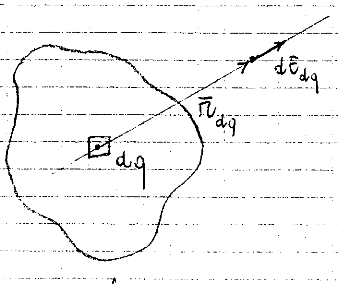
parallelo a $-\bar{P}$ e proporzionale a $1/\bar{R}^3$

- asse $\hat{x}$ $(/\!/ \bar{P})$ $y=0$ $\quad \bar{E}(x,0) \simeq 4Lqk\dfrac{\hat{x}}{\bar{R}^3} = 2\dfrac{k\bar{P}}{\bar{R}_3}$

il campo è diretto lungo la direzione del dipolo ed è proporzionale a $1/\bar{R}^3$



CAMPO GENERATO DA UNA D_q CONTINUA



La fonte del campo elettrico non è un numero di cariche discrete ma una regione o una superficie di spazio carica di forma qualunque.

→ divido la superficie in regioni infinitesime assimilabili ad una carica puntiforme

$$d\bar{E}_{dq} = \frac{k\,dq}{|\bar{r}_{dq}|^2}\cdot\bar{r}_{dq}$$

← Vettore posizione del punto rispetto alla sorgente dq

D_q = un VOLUME, SUPERFICIE o LINEA