"Richiami teorici sulle grandezze e sulla notazione scientifica"

LA NOTAZ. SCIENT. → Fa uso delle varie potenze del 10 ed è molto comoda per descrivere quantità molto piccole o molto grandi.

ESEMPIO ⇒ La massa della terra è pari a:

$M_{(T)} = 5980\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ kg

chiaramente risulta difficoltoso riportare un così grande numero di zeri, per cui la notazione scientifica la rende $M_{(T)} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$, ove 24 è il numero di zeri per cui bisogna moltiplicare 5,98.

PREFISSI STANDARD ⇒ Si riportano i principali.

Più piccolo:
- milli (10^{-3})
- micro (10^{-6})
- nano (10^{-9})
- pico (10^{-12})

Più grande:
- kilo (10^{3})
- mega (10^{6})
- giga (10^{9})
- tera (10^{12})

In pratica:
$$\begin{cases} 1 \text{ picometro} = 1 \cdot 10^{-12}\ \text{m} \\ 1 \text{ kilogrammo} = 1 \cdot 10^{3}\ \text{g} \end{cases}$$

CALCOLI ⇒ La notazione scientifica semplifica parecchio i calcoli, per esempio:

$$0{,}0005 \cdot 25.000.000 = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{7} = 12{,}5 \cdot 10^{(-4+7)} = \underline{12{,}5 \cdot 10^{3}}$$

IL SISTEMA INTERNAZIONALE → Spesso indicato anche come sistema metrico-decimale o MKS (metro, kg, secondo)

UNITÀ FONDAM.
1. lunghezza → metro (m)
2. Massa → kilogrammo (kg)
3. Temperatura termodinamica → kelvin (K)
4. Quantità di sostanza → mole (mol)
5. Intervallo di tempo → secondo (s)
6. Intensità di corrente → ampere (A)
7. Intensità luminosa → candela (cd)

Sulla base di queste sette ne sono state create numerose altre, dette unità di misura derivate. Ne vediamo alcuni esempi.

* ALCUNE GRANDEZZE NOTEVOLI →

① Distanza dell'oggetto più lontano in metri → $x \sim 10^{26}$ m

② Dimensione del protone → $x \sim 10^{-15}$ m

③ Dimensione umana → $x \sim 10^{0}$ m

④ Stima della massa dell'universo → $x \sim 10^{52}$ kg

⑤ Peso di un elettrone → $x \sim 10^{-30}$ kg

⑥ Età dell'universo → $x \sim 10^{15}$ s

⑦ Ordine del battito cardiaco → $x \sim 10^{0}$ s

* GRANDEZZE FISICHE DERIVATE → Se ne portano alcuni esempi di uso comune.

① Superficie → $[A] = [L \cdot L] = [L^2]$ (quadr. di una lunghezza)

② Densità volumetrica → $[\rho] = [M \cdot L^{-3}]$ (massa per il reciproco di lung. al cubo)

③ Volume → $[V] = [L^3]$ (cubo di una lunghezza)

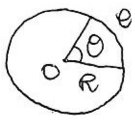
④ Densità di superficie → $[\sigma] = [M \cdot L^{-2}]$ (massa per il reciproco del quadrato di una lunghezza)

⑤ Densità lineare → $[\lambda] = [M \cdot L^{-1}]$ (massa per il reciproco della lunghezza)

⑥ Frequenza → $[\nu] = [T^{-1}]$ (reciproco del tempo)

⑦ Radiante → Angolo che sottende un arco l sulla circonferenza di raggio R con $l = R$

(*) Radianti : Se $l=R$
$\theta = 1$ rad



$1 \text{ rad} \sim 57°$

per cui $[\theta] = \left[\frac{l}{R}\right]$ (rapporto tra lung. quindi è adim.)

* ERRORE FREQUENTE → In presenza di funzioni trascend. come $\log(x)$, e^x, $\text{sen}(x)$, $\text{arctg}(x)$ le x devono essere adimensionali → se un corpo si muove con legge oraria $s = \text{sen}(t)$

tempo (s), ci sta un errore madornale.

"Esercizi di Analisi Dimensionale."
{prof. Chiara Roda}

ES ① → Data la legge di Gravitazione $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, determinare l'unità di misura della costante G.

Svolg: ① Capire le dimensioni presenti nella relazione:

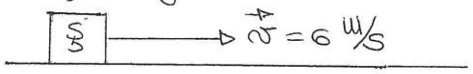
$$\begin{cases} [m_1, m_2] = \text{masse} = [M] \\ [r^2] = \text{quadrato di una lung} = [L^2] \\ [F] = \text{essendo una forza, si può esprimere come massa} \cdot \text{accel} = [M \cdot L T^{-2}] \end{cases}$$

② Isolare la G → $G = \frac{r^2 F}{m_1 \cdot m_2}$ ⇒ adesso sostituire le varie gr. associate.

$$G = \frac{[L^2] \cdot [M L T^{-2}]}{[M][M]} = \frac{L^3 \cancel{M} T^{-2}}{M^{\cancel{2}}} = \frac{L^3 T^{-2}}{M} = L^3 T^{-2} M^{-1}$$

ES ② → Dato il seguente corpo soggetto ad un attrito dinamico con coeff μ. Calcolare quale sarà la corretta formula della distanza percorsa quando la forza F smetterà di agire su di esso.

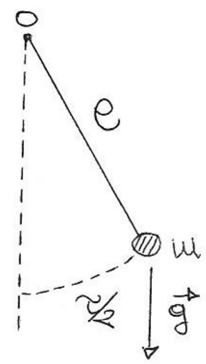
$M_{(S)} = 3\,kg \quad \mu = 0.8 \quad g = 9.8\ m/s^2$



① $D = \mu M g v$ ② $D = \frac{\mu v^2}{2g}$ ③ $D = \frac{v^2}{2\mu g}$ ④ $D = \frac{g^2}{\mu v}$

Svolg: ① La formula ③ sembra la più sensata, in quanto ragionando si capisce facilmente che all'aumentare di μ la frazione assumerà valori sempre minori, ergo, la distanza percorsa diminuirà. Inoltre ci piace che al numeratore ci sia il quadrato della velocità, in quanto all'aum. di v aumenterà anche la distanza percorsa del corpo. Risp. ③

di ES. ③ → Sia dato un pendolo (schema di sotto) e sia nota l'eq. del suo periodo $\underline{\underline{\tau = l^{q} \cdot m^{r}}} \cdot g^{s}$, si det. gli esponenti q, r, s mediante analisi dimensionale.



Svolg: ① Trovare le vere dimensioni delle componenti nella formula.

$$\begin{cases} [\tau] = \text{tempo} = [T] \\ [l] = \text{lunghezza} = [L] \\ [m] = \text{massa} = [M] \\ [g] = \text{accelerazione} = [L \cdot T^{-2}] \end{cases}$$

② Adesso bisogna adattare le vere dimensioni agli esponenti q, r, s.

$$[T] = [L^{q}][M^{r}][L^{s} \cdot T^{-2s}]$$ → affinché l'eq. abbia senso dobbiamo fare sparire M → $\underline{r=0}$ *

* $[T] = [L^{q+s} \cdot T^{-2s}]$

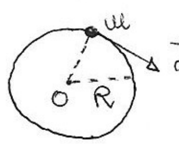
chiaram. bisogna porre $\begin{cases} q+s=0 \\ -2s=1 \end{cases}$ → $\begin{cases} q=1/2 \\ s=1/2 \end{cases} + r=0$.

③ Basta sostituire i valori nella formula → → $\tau = l^{1/2} \cdot m^{0} \cdot g^{1/2} = l^{1/2} g^{1/2} = \sqrt{l/g}$

(*) per cui $\boxed{\tau = \sqrt{l/g}}$ ideale: il periodo non dipende dalla massa

※

di ES ④ → Dato il sistema in figura e nota che sia l'accelerazione del corpo di massa m
$\underline{\underline{a = m^{\alpha} R^{\beta} v^{\gamma}}}$ definire α, β, γ mediante analisi dimensionale



Svolg: ① Trovare le vere dim. ∃ nella a:

$$\begin{cases} [m] = \text{massa} = [M] \\ [R] = \text{lunghezza} = [L] \\ [v] = \text{velocità} = [L \cdot T^{-1}] \\ [a] = \text{accelerazione} = [L \cdot T^{-2}] \end{cases}$$

② Per cui $[L \cdot T^{-2}] = [M^{\alpha} L^{\beta} L^{\gamma} T^{-\gamma}]$

$[L \cdot T^{-2}] = [M^{\alpha} L^{(\beta+\gamma)} T^{-\gamma}]$

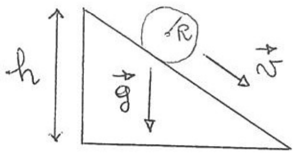
③ Affinché l'uguaglianza abbia senso: $\begin{cases} \alpha=0 \\ \beta+\gamma=1 \\ \gamma=2 \end{cases}$ → $\begin{cases} \alpha=0 \\ \beta=-1 \\ \gamma=2 \end{cases}$

④ Per cui $a = m^{0} \cdot R^{-1} \cdot v^{2}$

$$\boxed{a = \frac{v^2}{r}}$$ ※

2 ES (5) → Dato il sistema in figura, determinare quale tra le quattro equazioni determini la velocità dell'oggetto mediante analisi dimensionale. {pg5}

(PER CASA)



(1) $v = \sqrt{gh}$ (2) $v = \sqrt{gR}$

(3) $v = R\sqrt{g/h}$ (4) $v = h\sqrt{g/R}$

__Svolg:__ ① Trovare le vere dimensioni delle grandezze del sistema.

$$\begin{cases} [g] = \text{accelerazione} = [L \cdot T^{-2}] \\ [h] = \text{lunghezza} = [L] \\ [R] = \text{lunghezza} = [L] \\ [v] = \text{velocità} = [L \cdot T^{-1}] \end{cases}$$

② Provare la relazione (1) → analisi dimensionale

$$[L \cdot T^{-1}] = [L \cdot T^{-2}]^{1/2} [L]^{1/2}$$

$$[L \cdot T^{-1}] = [L^{1/2 + 1/2}\ T^{-2 \cdot 1/2}]$$

$$[L \cdot T^{-1}] = [L \cdot T^{-1}] \rightarrow \text{la (1) è vera.}$$

Risp: $\boxed{v = \sqrt{gh}}$ #