INSIEMI

27/09/22

def informale: un insieme è una collezione di oggetti

Notazione: definiremo gli insiemi con le lettere maiuscole: $A, B, \dots, S, T, \dots$

Domanda: come descrivere un insieme?

▷ descrizione per elenco

Es: $A = \{1,2,3\}$, $B = \{-7, 0, 5\}$

$D = \{A, B, C\}$, $C = \{\square, \star\}$

Osservazione

① l'ordine con cui indichiamo gli elementi non è importante:

$A = \{1,2,3\} = \{1,3,2\} = \{2,3,1\}$

$D = \{A, B, C\} = \{C, A, B\}$.

② Gli elementi ripetuti nell'elenco "contano" una sola volta:

$E = \{1\} = \{1,1\} = \{1,1,1,1\}$

$F = \{-2, 0\} = \{-2, -2, 0, 0, 0\} = \{-2, 0, -2, 0\}$.

Attenzione: se l'insieme è infinito, risulta impossibile descriverlo tramite un elenco

Es: vogliamo descrivere l'insieme dei numeri dispari:

~~$A = \{1, 3, 5, \dots\}$~~

▷ Descrizione per proprietà, cioè una descrizione per cui un insieme è univocamente determinato da certe proprietà dei suoi elementi

$A = \{\text{numeri naturali dispari}\} = \{\text{numeri naturali} \mid \text{numeri dispari}\} =$

$= \{\text{numeri reali} \mid \text{numeri naturali e numeri dispari}\}$ Tale che

Notazione: gli oggetti di un insieme si chiamano elementi e li denotiamo con le lettere minuscole: $a, b, c, \dots x, y, \dots$

Notazione: "l'elemento x appartiene all'insieme A"

si scrive → $x \in A$ (oppure $A \ni x$)

"l'elemento x NON appartiene all'insieme A"

si scrive → $x \notin A$ (oppure $A \not\ni x$)

Es: $A = \{2,3,4\}$ $2 \in A$, $3 \in A$, $-3 \notin A$.

master COPY

master COPY

Def Siano A e C insiemi

Diciamo che A NON è contenuto in C, e scriviamo:

$$A \not\subseteq C$$

se esiste almeno un elemento $a \in A$ tale che $a \notin C$

Es: $A=\{1,2,3\}$, $B=\{0,1\}$, $C=\{1\}$

- $1 \in B$ e $1 \in C \Rightarrow C \subseteq B$
- $1 \in B$ e $1 \in C$; $0 \in B$ e $0 \notin C$ $\Rightarrow B \not\subseteq C$
- $0 \in B$ e $0 \notin A$; $1 \in B$ e $1 \in A$; $2 \in B$ e $2 \in A$; $3 \in B$ e $3 \in A$ $\Rightarrow A \subseteq B$, $B \subseteq A$

Def Siano A e B insiemi. Diciamo che A è uguale a B (equivalentemente, B è uguale ad A) e scriviamo $A=B$, se tutti gli elementi di A sono anche elementi di B e viceversa, cioè

$A=B$ se e solo se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$.

$\Downarrow$

$\Leftrightarrow$

Def Siano A e B insiemi

Si dice che B è strettamente contenuto in A e scriviamo $B \subseteq A$ (oppure $B \subset A$)

se $B \subseteq A$ ma $B \neq A$

$\Updownarrow$

se $B \subseteq A$ e $A \not\subseteq B$

↙ ↘

se $\forall b \in B, b \in A$ e $\exists a \in A, a \notin B$

Es: $A=\{1,2,3\}$ $B=\{0,1\}$ $C=\{1\}$

$C \subset A$, $C \subset B$

Def Chiamiamo insieme vuoto e lo denotiamo con $\emptyset$ l'unico insieme che non contiene alcun elemento.

Osservazione: ogni insieme A contiene l'insieme vuoto, cioè $\emptyset \subseteq A$

OPERAZIONI TRA INSIEMI

UNIONE

Siano A e B insiemi.

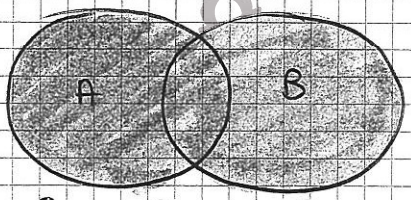
Def: Chiamiamo unione di A e B (equivalentemente, unione di B e A) l'insieme $A \cup B$ per cui i suoi elementi appartengono o ad A o a B (in particolare ad entrambi), cioè: $x \in A \cup B \iff x \in A \text{ o } x \in B$.

$x \in A \cup B \iff x \in A \text{ o } x \in B$

Osservazione: • $A \cup A = A$

• $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$

Osservazione: $A \cup B$



Es: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{2,3,4\}$

$1 \in A$ $1 \notin B$

$2 \in A$ $2 \in B$ $\Rightarrow A \cup B = \{1,2,3,4\}$

$3 \in A$ $3 \in B$

$4 \notin A$ $4 \in B$

$(A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,2,3,4\} = \{1,2,3,4\})$

INTERSEZIONE

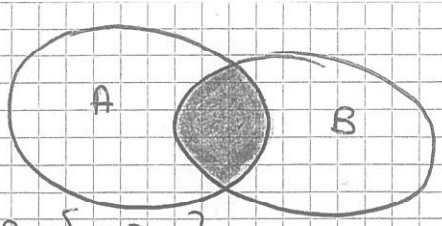
Def: Chiamiamo intersezione tra A e B (equivalentemente, intersezione tra B e A) l'insieme $A \cap B$ per cui i suoi elementi appartengono sia ad A che a B, cioè:

$x \in A \cap B \iff x \in A \text{ e } x \in B$

Osservazione:

- $A \cap A = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$

Osservazione:



$A \cap B$:

Es: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{2,3,4\}$

$1 \in A \quad 1 \notin B$

$2 \in A \quad 2 \in B$

$3 \in A \quad 3 \in B$ $\Rightarrow A \cap B = \{2,3\}$

$4 \notin A \quad 4 \in B$

Osservazione:

- $A \subseteq A \cup B$ e $B \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq A$ e $A \cap B \subseteq B$

master copy copisteria