MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Esame di Fluidodinamica – Prova scritta – 14 Febbraio 2018

1. Definizione di traiettoria di una particella fluida, di linea di corrente e di linea di fumo. Quando queste tre famiglie di linee coincidono?
2. Si consideri un velivolo che vola a una quota h=4000m a una velocità U=180Km/h. Calcolare il numero di Mach (la temperatura diminuisce linearmente con la quota di 6.5 °K/Km).
3. Definizione di incidenza geometrica e incidenza aerodinamica per un profilo alare.
4. Scrivere il legame fra il coefficiente di resistenza indotta e il coefficiente di portanza per un'ala di apertura finita con distribuzione di portanza ellittica in apertura, utilizzando i risultati della teoria della linea portante. Come si modifica se la distribuzione di portanza in apertura non è ellittica?
5. Partendo dal bilancio integrale, ricavare l'equazione differenziale di bilancio dell'energia totale. Ricavare, inoltre, l'equazione differenziale di bilancio dell'energia interna. Discutere il significato fisico dei vari termini di queste equazioni.
6. La teoria dello strato limite:
   a. definire le ipotesi,
   b. ricavare le equazioni per flusso incomprimibile bidimensionale su parete piana con forze di massa trascurabili,
   c. definire i vari spessori e spiegare il loro significato fisico.
7. Si consideri un cilindro bidimensionale (altezza *infinita*) di diametro 4cm. Il cilindro è immerso in flusso di aria in condizioni standard (livello del mare) a una velocità di 70km/h.
   a. Si calcoli il numero di Reynolds del flusso utilizzando come lunghezza di riferimento il diametro del cilindro.
   b. Sapendo che a tale Reynolds il coefficiente di resistenza del cilindro (ottenuto utilizzando sempre il diametro come lunghezza di riferimento) è 1.2, calcolare la resistenza agente sul cilindro.
   c. Utilizzando l'analogia della lastra piana e considerando lo strato limite tutto turbolento, calcolare la lunghezza della corda di un profilo alare simmetrico che (a incidenza nulla) ha circa la stessa resistenza del cilindro.
   d. Quale è la stima del coefficiente di resistenza del profilo che ne consegue?
   e. Stimare infine dove avviene la transizione sul profilo ottenuto (considerazioni sulla validità dell'approssimazione di strato limite tutto turbolento fatta al punto c).

Punteggi:

- **Domande da 1 a 4: max. 2 punti.** NB: in assenza di una risposta sufficiente a queste domande il candidato non viene ammesso all'orale, a prescindere dal resto dell'elaborato.
- **Domanda 5: max. 12 punti**
- **Domanda 6: max. 12 punti**
- **Esercizio 7: max. 7 punti**

Esame di Fluidodinamica – Prova scritta – 4 Giugno 2018

1. Si consideri un flusso uniforme di aria a pressione p=2atm, densità ρ=2.33Kg/m^3 e velocità U=170km/h. Si calcoli il numero di Mach del flusso.
2. Definizione di pressione meccanica e suo significato fisico.
3. Si consideri un profilo investito da un flusso d'aria a un numero di Mach M=0.4 e ad un'incidenza aerodinamica di 5°. Stimare il coefficiente di portanza del profilo.
4. Definizione di momento aerodinamico e coefficiente di momento per un profilo alare.
5. Partendo dal bilancio integrale ricavare le varie forme dell'equazione di bilancio della quantità di moto. Scrivere[1] l'espressione del tensore degli sforzi per fluido Newtoniano con ipotesi di Stokes. Inserire nelle equazioni la decomposizione del tensore degli sforzi in termini di pressione e termini viscosi.
6. Disegnare qualitativamente l'andamento del coefficiente di resistenza di un profilo alare 'classico' (ad esempio un profilo della serie NACA a quattro cifre) a bassa incidenza al variare del numero di Mach del flusso asintotico. Discutere l'andamento della curva, descrivendo i fenomeni fisici che ne determinano l'andamento (caratteristiche del flusso e contributi alla resistenza in vari punti della curva). Descrivere brevemente le soluzioni adottate in termini di progetto del profilo e dell'ala per contrastare l'aumento di resistenza in regime transonico.
7. Si consideri un'ala di forma in pianta rettangolare costituita da profili tutti uguali. L'allungamento alare è pari a 9 e la corda è di 1.5m. L'ala solleva in volo livellato una massa di 2000Kg a quota h=4000m (T=262.15°K, ρ=0.81913kg/m^3) a numero di Mach pari a 0.25.
   a. Calcolare il C_L dell'ala.
   b. Calcolare lo svergolamento da dare ai profili per ottenere una distribuzione di portanza ellittica. Quanto vale, in particolare, l'incidenza delle sezioni di radice e estremità?
   c. Per la distribuzione ellittica ottenuta, calcolare la portanza della sezione di radice.
   d. Per la distribuzione ellittica ottenuta, calcolare la resistenza indotta.

[1]non è necessario ricavarla, basta solo scriverla.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

1-2

DEFINIZIONE E SIGNIFICATO FISICO DELLA PRESSIONE MECCANICA

Si definisce pressione meccanica, che non necessariamente coincide con la pressione termodinamica, l'opposto della media delle tensioni normali agenti sui tre piani coordinati: $p = -\frac{1}{3}\sum_i T_{ii}$. Per ipotesi di Stokes la pressione meccanica coincide con la pressione termodinamica.

DEFINIZIONE DI VELOCITÁ DEL SUONO. RICAVARE L'ESPRESSIONE DELLA VELOCITÁ DEL SUONO PER UN GAS PERFETTO.

VELOCITÁ DEL SUONO: velocità di propagazione di un disturbo infinitesimo di pressione all'interno di un fluido. $a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$.

Dalla legge isoentropica ho $pV^\gamma = cost$ $\rightarrow$ con $V = \frac{1}{\rho}$ $\rightarrow$ $p\rho^{-\gamma} = cost$ con $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

$d(p\rho^{-\gamma}) = 0 \rightarrow \rho^{-\gamma}dp + p(d\rho^{-\gamma}) = 0 \rightarrow \rho^{-\gamma}dp + p(-\gamma\rho^{-\gamma-1}d\rho) = 0 \rightarrow \rho^{-\gamma}\left(dp - \frac{\gamma}{\rho}p\,d\rho\right) = 0 \rightarrow$

$\rightarrow dp = \frac{p\gamma}{\rho}d\rho$ $\rightarrow$ per i gas perfetti vale $p = \rho RT \rightarrow \frac{dp}{d\rho} = \frac{\rho RT\gamma}{\rho} \rightarrow \frac{dp}{d\rho} = \gamma RT \rightarrow$

$\rightarrow$ allora per i gas perfetti $\rightarrow$ $\underline{a = \sqrt{\gamma RT}}$

DEFINIZIONE DI PARTICELLA FLUIDA.

Si definisce Particella di fluido il volumetto elementare di fluido sufficientemente piccolo da essere considerato puntiforme ma abbastanza grande da far sì che la media delle varie grandezze fluidodinamiche sia statisticamente stazionaria.

PRODOTTO INTERNO $(\vec{m}\cdot A)$ e $(A\cdot\vec{m})$ CON $\vec{m}$ = vettore e A = tensore.

$(\vec{m}\cdot A) = (A\cdot\vec{m})$ solo se A è simmetrico.

$$(A\cdot\vec{m}) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}m_1 + A_{12}m_2 + A_{13}m_3 \\ A_{21}m_1 + A_{22}m_2 + A_{23}m_3 \\ A_{31}m_1 + A_{32}m_2 + A_{33}m_3 \end{pmatrix} = \sum_i A_{ji}m_i$$

$$(\vec{m}\cdot A) = (m_1, m_2, m_3)\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1A_{11} + m_2A_{21} + m_3A_{31} \\ m_1A_{12} + m_2A_{22} + m_3A_{32} \\ m_1A_{13} + m_2A_{23} + m_3A_{33} \end{pmatrix} = \sum_i m_iA_{ij}$$

COM'È DEFINITO IL POTENZIALE DI VELOCITÁ? SOTTO QUALE IPOTESI SI PUÒ INTRODURRE? PERCHÉ?

Il potenziale di velocità φ posso definirlo per flussi irrotazionali:

$\vec{V} = \nabla\varphi\,(x,y,z) \rightarrow \vec{V} = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$. È facile dimostrare che $\vec{\omega} = rot(\nabla\varphi) = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \vec{\omega} = rot(\vec{V}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial x} & \frac{\partial\varphi}{\partial y} & \frac{\partial\varphi}{\partial z} \end{vmatrix} = \hat{i}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial y} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial y\partial z}\right) + \hat{j}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial x} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\right) = 0 \quad (\forall\varphi)$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DEFINIZIONE DI TRAIETTORIA DI UNA PARTICELLA FLUIDA, DI LINEA DI CORRENTE E DI LINEA DI FUMO. QUANDO QUESTE 3 FAMIGLIE DI LINEE COINCIDONO?

TRAIETTORIE (PATH) di una particella fluida: luogo dei punti occupati da una particella fluida al variare del tempo. La traiettoria può essere ottenuta integrando: $dx = u\,dt$, $dy = v\,dt$, $dz = w\,dt$ con $\vec{V}(u,v,w)$ campo di velocità.

LINEE DI CORRENTE (streamlines): linee tangenti in ogni suo punto al vettore velocità in un certo istante t^*. Le linee di corrente si ottengono imponendo la tangenza tra il campo di velocità e un elementino di linea di corrente: $\frac{dx}{u(x,y,z,t^*)} = \frac{dy}{v(x,y,z,t^*)} = \frac{dz}{w(x,y,z,t^*)}$

LINEE DI FUMO: luogo dei punti, all'istante t^*, occupato dalle particelle che per $t_0 < t < t^*$ sono passate da P_0. Considero un punto P_0 e per $t > t_0$ inietto del colorante, pertanto le particelle si colorano e seguono la loro traiettoria. A $t^* > t$ faccio una foto della situazione e vedo dove sono finite le particelle dopo la colorazione. Le linee di fumo sono un concetto misto (istantaneo ma prevede una storia pregressa).

- Nel caso di flusso non stazionario le tre famiglie di linee non coincidono.

Nel caso di flusso stazionario le tre famiglie di linee coincidono.

DEFINIZIONE DI DERIVATA MATERIALE DI UNA GRANDEZZA (vettoriale o scalare) $G(x,y,z,t)$. ESPRESSIONE DELLA DERIVATA MATERIALE IN TERMINI EULERIANI.

Def: La derivata materiale è la variazione nell'unità di tempo di una grandezza calcolata seguendo il moto di una particella fluida.

Data una grandezza fluidodinamica $G(x,y,z,t)$:

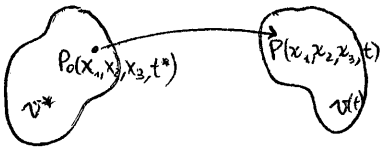
$$dG = \frac{\partial G}{\partial x}dx + \frac{\partial G}{\partial y}dy + \frac{\partial G}{\partial z}dz + \frac{\partial G}{\partial t}dt \rightarrow$$

$$\rightarrow dG = \frac{\partial G}{\partial x}\frac{dx}{dt}dt + \frac{\partial G}{\partial y}\frac{dy}{dt}dt + \frac{\partial G}{\partial z}\frac{dz}{dt}dt + \frac{\partial G}{\partial t}dt \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{DG}{Dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + \left(\frac{\partial G}{\partial x}u + \frac{\partial G}{\partial y}v + \frac{\partial G}{\partial z}w\right) \rightarrow \underline{\frac{DG}{Dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + \vec{V}\nabla G}$$

DEFINIZIONE DI VOLUME MATERIALE ED ENUNCIATO DEL TEOREMA DEL TRASPORTO

VOLUME MATERIALE: volume costituito sempre dalle stesse particelle che risulta essere un gruppo di muoversi e deformarsi seguendo il moto delle particelle stesse.



ENUNCIATO DEL TEOREMA: Sia $v(t)$ la configurazione che un volume materiale di fluido assume al tempo generico t (conf. attuale). Tale conf. è indicata dalle posizioni in tale istante di ognuna delle particelle che lo compongono, le cui coordinate generiche indicheremo con x_i.
Sia v^* la configurazione assunta al tempo di riferimento t^* dal volume materiale considerato (conf. di riferimento).

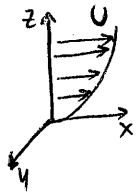
Le coordinate x_i al tempo t sono funzione, oltre che del tempo, delle coordinate delle particelle al tempo di riferimento t^*. Ogni elemento di volume dv è legato al corrispondente elemento dv^* mediante la relazione $dv = J\,dv^*$ con J = jacobiano della trasf

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x_1}{\partial x_2} & \frac{\partial x_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial x_1} & \frac{\partial x_3}{\partial x_2} & \frac{\partial x_3}{\partial x_3} \end{vmatrix}$$

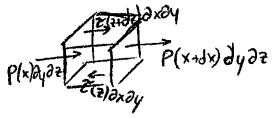
MASTER COPY COPISTERIA
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

1-2

DEFINIZIONE DI NUMERO DI REYNOLDS E SUO SIGNIFICATO FISICO



• Considero la mia particella che si muove in un campo di moto con velocità che ha componenti: $\vec{V} = (u(z), 0, 0)$.
hp: $\partial x, \partial y, \partial z = 1$



Numero di Reynolds: rapporto tra ordini di grandezza delle forze d'inerzia e delle forze viscose agenti su una particella fluida.

Forze viscose: legate alla velocità e dipendenti dalla superficie esposta. Nascono all'interfaccia delle particelle che scorrono l'una sull'altra.

Forze d'inerzia: legate all'accelerazione di un corpo e alla sua massa.

$$F.V. = -\tau(z)\partial x\partial y + \tau(z+\partial z)\partial x\partial y$$

sviluppo con Taylor:

$$\tau(z+\partial z) = \tau(z) + \frac{d\tau(z)}{dz}\partial z + o(z)$$

$$\rightarrow F.V. = \frac{d\tau}{dz}\partial x\partial y\partial z \quad \text{con } \tau = \mu\frac{du}{dz} \rightarrow$$

$$\rightarrow F.V. = \frac{d}{dz}\left(\mu\frac{du}{dz}\right)\partial x\partial y\partial z \rightarrow$$

$$\rightarrow F.V. = \mu\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)\partial x\partial y\partial z$$

$$F.I. = m\vec{a} = \rho(\partial x\partial y\partial z)\frac{du}{dt} \rightarrow \text{se } \frac{du}{dt} = \frac{du}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$F.I. = m\vec{a} = \rho u\frac{du}{dx}(\partial x\partial y\partial z)$$

Definisco: $\begin{cases} U = \text{velocità caratteristica} \\ L = \text{lunghezza caratteristica} \end{cases}$

$$\text{F.I. per unità di volume} = \left[\rho u\frac{du}{dx}\right] = \rho\frac{U^2}{L}$$

$$\text{F.V. per unità di volume} = \left[\mu\frac{d^2u}{dz^2}\right] = \mu\frac{U}{L^2}$$

$$\rightarrow Re = \frac{F.I.}{F.V.} = \frac{\rho\frac{U^2}{L}}{\mu\frac{U}{L^2}} \rightarrow$$

$$Re = \frac{\rho L U}{\mu} \quad \text{con } \frac{\mu}{\rho} = \nu \text{ (viscosità cinematica)} \rightarrow Re = \frac{LU}{\nu}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DEFINIZIONE DI VORTICITÀ E SUO LEGAME CON LA DEFORMAZIONE DI UN VOLUMETTO ELEMENTARE

Vorticità $\Rightarrow \vec{\omega} = \text{rot}\,\vec{v}$

$$\vec{\omega} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \hat{i}\underbrace{\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)}_{\omega_x} + \hat{j}\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\omega_y} + \hat{k}\underbrace{\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)}_{\omega_z}$$

La vorticità è legata alla deformazione di un volumetto elementare attraverso la rotazione rigida che si esprime attraverso la matrice extradiagonale antisimmetrica del gradiente di velocità. Dire che ho vorticità implica dire che c'è una rotazione. Per la presenza di vorticità infatti ruota la bisettrice del mio elementino.

La vorticità è legata alla deformazione (alla rotazione rigida) poiché ha asse di rotazione parallelo a $\vec{\omega}$ e velocità angolare $(\Omega) = \frac{1}{2}|\vec{\omega}|$