Solidi: hanno forma e volume proprio

Liquidi: hanno volume proprio ma forma variabile a seconda del recipiente.

Gas: non hanno né forma né volume proprio.

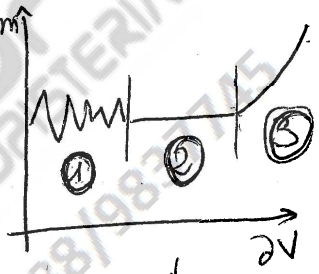
Liquidi e gas nonostante le sostanziali differenze appartengono alla categoria dei fluidi.

Si definisce fluido una sostanza in grado di deformarsi sotto l'azione di forze tangenziali, anche infinitesime.

Se un corpo invece risulta essere in quiete non può essere soggetto a forze tangenziali ma unicamente a forze normali, anche dette di pressione → $\rightarrow d\vec{F} = -p\vec{n}\,dS$.

Per poter studiare il moto dei fluidi e calcolare le forze che si scambiano reciprocamente con un corpo abbiamo bisogno di introdurre l'ipotesi di mezzo continuo, la quale tiene conto della struttura molecolare dei fluidi.

Definita $\rho \equiv$ densità $\rightarrow \rho \approx \frac{\partial m}{\partial V}$



① la variazione di massa è random ed è causata da un numero insufficiente di molecole all'interno del volume.

② il numero di molecole aumenta perché il volume aumenta e dunque la media di queste tende ad essere costante.

③ la massa aumenta perché sto considerando variazioni macroscopiche.

Solo la situazione ② definisce una particella fluida la quale è anche definita elemento base: un elemento infinitesimo di volume sufficientemente piccolo da essere considerato puntiforme ma abbastanza grande da far sì che la media delle varie grandezze fluidodinamiche sia statisticamente stazionaria (costante).

L'ipotesi di mezzo continuo è quasi sempre soddisfatta. Ad esempio per l'aria non è verificata in condizioni di gas rarefatto, in corrispondenza del limite superiore dell'atmosfera terrestre.

Si può fare una distinzione all'interno della categoria di fluidi in relazione ad un parametro specifico: il coefficiente di comprimibilità (K)

$$K = -\frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dp}\right)$$

- se K è basso il fluido tende ad essere incomprimibile
- se K è alto il fluido tende ad essere comprimibile.

INIZIO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Un fluido incomprimibile viene definito attraverso la densità costante.
Tendenzialmente i liquidi sono meno comprimibili dei gas.
L'aria a condizione ambiente è considerato come un gas perfetto, dunque vale l'eq di stato dei gas perfetti.

$P = \rho RT \qquad R = 287{,}1 \frac{m^2}{s^2 K}$

- Se considero un volume di fluido, esso può essere soggetto a due tipologie di forze differenti: FORZE DI CONTATTO e FORZE DI VOLUME.

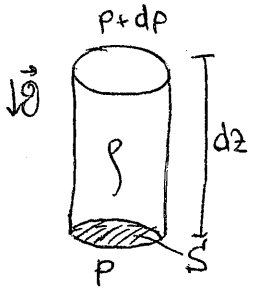
Le forze di volume sono proporzionali alla massa o al volume e dovute al campo di accelerazione.

Le forze di contatto possono essere normali o tangenziali e sono dovute al contatto del volume di fluido in moto con un altro fluido o con una superficie solida.

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

LEGGE DI STEVINO: analizza la variazione della pressione.

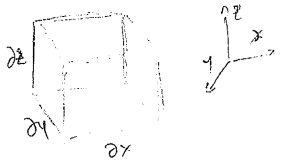
- La pressione si mantiene costante sui piani orizzontali (e perpendicolari all'accelerazione) in un fluido in quiete.



$$pS = (p+dp)S + \rho \vec{g} S dz$$

semplificando si ha che

$$\boxed{dp = -\rho \vec{g} dz}$$



NUMERO DI PRANDTL (adimensionale): per i fenomeni di conduzione termica.

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \overset{\text{diviso tutto per } \rho}{=} \frac{c_p \mu/\rho}{k/\rho} = \frac{\nu}{k/(c_p \rho)}$$

ν → diffusività viscosa

$k/(c_p\rho)$ → diffusività termica

c_p = calore specifico a pressione cost

k = coefficiente di conducibilità termica $\vec{q} = -k\nabla\vec{T}$

GAS PERFETTO

$c_p = cost$

$\mu \cong \sqrt{T}$

$k \cong \sqrt{T}$

$\Rightarrow Pr = cost \simeq 0.72 - 0.73$

LIQUIDI

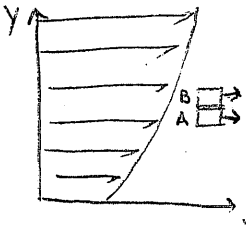
μ diminuisce con T

k aumenta con T

$\rightarrow Pr$ fortemente decrescente con la Temperatura.

ORIGINE FISICA FORZE TANGENZIALI

Ho un flusso che si muove in direzione x ma varia secondo y. $\vec{V} = (u(y), 0, 0)$



Considero gas perfetto → molecole libere

Considero due [redacted] particelle fluide schematizzate come rettangolini (anche se sono puntini)

→ velocità media delle particelle che hanno coordinate y e y+dy ma all'interno ogni molecola va dove vuole.

Può capitare che dopo un po' di tempo molecole che stavano in A siano andate in B e viceversa. Le particelle che stavano in A hanno però una velocità minore. Ciò comporta un rallentamento di B in quanto diminuisce velocità media. Discorso opposto per le molecole che da B → A. A risulta accelerata. Mi si creano forze // alle superficie di contatto tra A e B. Parallele e opposte. Chiamo $\vec{\tau}$ lo sforzo (F per unità di superficie).



La nascita di τ è dovuta al fatto che A e B hanno velocità diverse.

$$\boxed{\tau = f\left(\frac{du}{dy}, T\right)}$$

Temperatura = è un indice di agitazione molecolare

+ la T è alta + le molecole vanno a zizzo.

MASTER COPY
Tel. 050 831226
Cell. 388 9837745

Nel modello di Fluido Newtoniano questo sforzo τ dipende linearmente da $\frac{du}{dy}$ secondo una costante μ (coefficiente di viscosità molecolare).

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

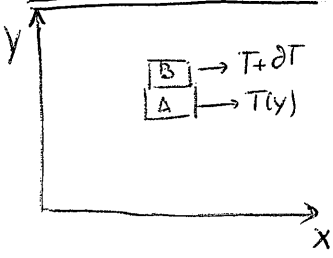
μ dipende da T: $\mu(T)$

→ Per i gas perfetti $\mu \propto \sqrt{T}$ aumenta con $\sqrt{T}$.

$$[\mu] = kg/ms$$

→ Per i liquidi essendo le molecole più ordinate μ diminuisce con T

FLUSSO DI CALORE



Particella semplice con moto // a x ma con gradiente di temperatura in direzione y.

Le particelle che da A → B trasmettono a raffreddarla perché hanno T minore. Viceversa per B → A.

Mi crea un flusso di calore da B → A.

Posso definire un vettore flusso di calore (calore scambiato per unità di tempo e superficie)

$$\vec{q} = (0, q_y, 0)$$

$$q_y = f\left(\frac{\partial T}{\partial y}, T\right)$$

Legge di Fourier = q_y dipende linearmente dal gradiente di Temperatura attraverso un coefficiente k = coefficiente di conducibilità termica

$$q_y = -k(T)\frac{dT}{dy}$$

$$[k] = \frac{J}{ms°K}$$

→ Per i gas perfetti k ha la stessa dipendenza dalla Temperatura come μ.

k aumenta con $\sqrt{T}$

→ Per i liquidi aumenta con T

Nel caso generale 3D $\vec{V} = (u, v, w)$

$$\vec{q} = (q_x, q_y, q_z) = \begin{cases} q_x = -k(T)\frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y = -k(T)\frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z = -k(T)\frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} = -k(T)\begin{vmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{vmatrix} = -k(T)\,\nabla T$$

(gradiente di T)

LEGGE DI FOURIER in forma generale.

• Il fenomeno della conduzione è isotropo: il modello non varia a seconda della direzione.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
050/8312126 388/9837745

VELOCITÀ DEL SUONO: Velocità di propagazione di un disturbo infinitesimo di pressione all'interno di un fluido. $a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$ definizione generale.

Dalla legge isoentropica ho $pV^\gamma = cost \rightarrow p\rho^{-\gamma} = cost$ $\quad V = \frac{1}{\rho}$ $\quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$

La derivata di una costante è zero.

$$d(p\rho^{-\gamma}) = 0 \rightarrow \rho^{-\gamma} dp + p(d\rho^{-\gamma}) = 0$$

$$\rho^{-\gamma} dp + p(-\gamma \rho^{-\gamma-1} d\rho) = 0$$

$$\rho^{-\gamma} dp - p\frac{\gamma}{\rho}\rho^{-\gamma} d\rho = 0$$

$$\rho^{-\gamma}\left(dp - p\frac{\gamma}{\rho} d\rho\right) = 0 \rightarrow dp = p\frac{\gamma}{\rho} d\rho$$

per i gas perfetti $p = \rho RT$

PER GAS PERFETTI:

$$\frac{dp}{d\rho} = p\frac{\gamma}{\rho} \Rightarrow a^2 = \frac{\gamma}{\rho}(\rho RT) = \gamma RT$$

$$\boxed{a = \sqrt{\gamma RT}}$$

NUMERO DI MACH

$$\boxed{M = \frac{V(x,y,z)}{a(x,y,z)}} \rightarrow \text{vel del suono}$$

Se $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho^* - \rho}{\rho} \ll 1$ → si può approssimare $\rho \simeq cost$

$\frac{\Delta p}{\Delta \rho} \simeq a^2$ come ordine di grandezza $\rightarrow \Delta\rho \simeq \frac{\Delta p}{a^2}$ per a^2 molto grande il fluido tende ad essere incomprimibile

Da Bernoulli si ha che $\Delta p \simeq \frac{1}{2}\rho V^2$

Segue che $\Delta\rho \simeq \frac{1}{2}\rho\frac{V^2}{a^2} \rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{V}{a}\right)^2 \simeq \frac{1}{2}M^2$

Da ciò si vede che se $M \ll 1 \rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} \ll 1 \rightarrow \rho = cost$ valida Hp flusso incomprimibile

Ingegneristicamente parlando perché $\rho \simeq cost$ $M \leq 0.3$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745