PRINCIPI DI COMPATIBILITÀ ELETTROMAGNETICA 1/10/2018

- EQUAZIONI DI MAXWELL NELLO SPAZIO LIBERO

$$\nabla \times E = -\partial B/\partial t$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \varepsilon_0 \partial E/\partial t$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\nabla \cdot E = 0$$

- $D = \varepsilon E$
- $B = \mu H$
- Γ → MEDIA SPAZIALE
- B e E SONO CAMPI MACROSCOPICI → NOI TRATTIAMO CAMPI MACROSCOPICI

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times B = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$$

$$\nabla \times \nabla \times A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$$ → COMMUTA SPAZIO E TEMPO

$$-\nabla^2 E = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\right) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$ → $\nabla \cdot E = 0$

- SONO EQUAZIONI VETTORIALI B ed E SONO VETTORI

$$\nabla^2 E - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 B - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

- IN FORMA SCALARE...

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

MODELLO TEORICO

- f INVARIANTE RISPETTO A y e z → GENERALIZZIAMO L'ONDA PROPAGANDOSI LUNGO z (VARIENA LUNGO z)

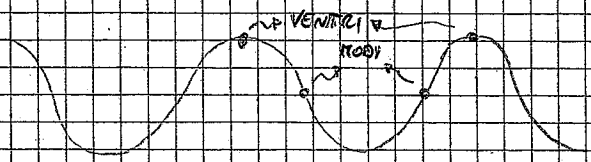
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$ → **EQUAZIONE DELLE ONDE & EQUAZIONE DI D'ALAMBERT**

$$f(x,t) = \underbrace{\varphi(x - ct)}_{\text{ONDE PROGRESSIVE}} + \underbrace{\psi(x + ct)}_{\text{ONDE REGRESSIVE}}$$

- SONO PARTITO DALLO SPAZIO LIBERO PERCHÉ L'ONDA PROPAGA NELLO SPAZIO LIBERO, (L'ARIA NON È IL VUOTO ASSOLUTO, MA LE CARATTERISTICHE SONO QUELLE)

COME FANNO L'ONDA? COSA FA QUANDO ARRIVA?

QUANDO SORDA CI DICE SOLO COME SI PROPAGA...



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ONDE PROGRESSIVE

- $\varphi(x - ct)$

$\xi = x - ct \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) = \frac{\partial f}{\partial \xi}$ (la derivata di ξ rispetto a x è 1)

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}$

$\rightsquigarrow \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \xi}(-c)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}$

HO UN'ONDA PROGRESSIVA: INCONTRO UN MEZZO, CHE ALMENO IN PARTE RIFLETTE L'ONDA. L'ONDA RIFLESSA È UN'ONDA REGRESSIVA?

- CREDO PROPRIO DI SÌ! PERCHÉ PRIMA AUMENTAVA LA x DIMINUISCE (CREDO?)

$\Rightarrow$ L'EQUAZIONE DI D'ALEMBERT DIVENTA

$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \cdot c^2 = 0 \Rightarrow \boxed{c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}} \rightsquigarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ (VELOCITÀ DELLA LUCE NEL VUOTO)

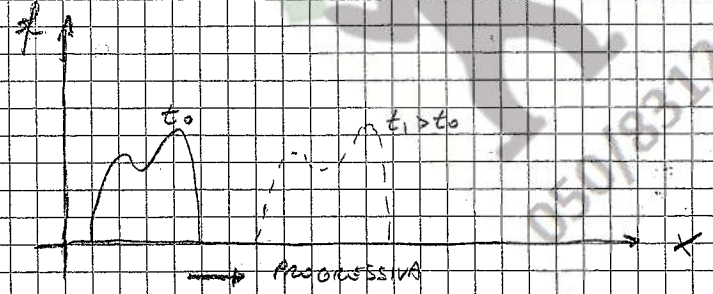
ONDE REGRESSIVE (SI FA LA STESSA COSA)

$\psi(x + ct)$

$\eta = x + ct \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \rightsquigarrow \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \eta}(+c)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}$

$\rightsquigarrow$ VISUALIZZIAMO IL MOTO



$\rightsquigarrow$ A UN CERTO TEMPO t_0 L'ONDA SI SOLLEVERÀ

$x_1 - ct_1 = x_2 - ct_2$

$x_2 - x_1 = c(t_2 - t_1)$

$c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $\rightarrow$ È UNA VELOCITÀ!

$\rightsquigarrow$ AL CRESCERE DI t, x DEVE AUMENTARE AFFINCHÉ IL VALORE $(x - ct)$ RIMANGA COSTANTE

$\rightsquigarrow$ NEL CASO DI ONDA REGRESSIVA È IL CONTRARIO $(x + ct)$ LA x DEVE DIMINUIRE

$\rightsquigarrow$ UNA SOLA EQUAZIONE SCALARE NON PUÒ DESCRIVERE UN CAMPO ELETTRICO E, PERCHÉ AL VARIARE DI t AD ESEMPIO RISPETTO A x, VARIA B RISPETTO AL TEMPO

SE C'È E C'È B

www.prof-cioci.it 0541/831226 338/1983705 CONSTERIA

DOVE VIENE FUORI L'ONDA REGRESSIVA? CI VUOLE UNA VARIAZIONE! UNA SORGENTE DI POTENZA (CI VUOLE QUALCOSA CHE MI DIA IL MOVIMENTO)

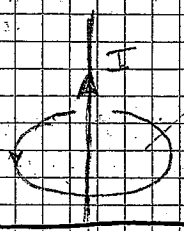
SE L'ONDA PROGRESSIVA NON INCONTRA NULLA NON NASCE L'ONDA RIFLESSA

SE INCONTRA QUALCOSA (ES.: VETRO), COSA SUCCEDE?

SI CREA UN MODO STAZIONARIO ... (???) ⇒ ONDA RIFLESSA (TOTALMENTE O IN PARTE)

MODO ELETTROMAGNETICO ⟶ È UNA PARTICOLARE CONFIGURAZIONE DEL CAMPO

MODO TEM (TRASVERSO ELETTROMAGNETICO) ⟶ È UN MODO PER CUI A PUNTO SPAZIALE È POSSIBILE INDIVIDUARE UN PIANO DETTO "PIANO EQUIFASE" A CUI APPARTENGONO SIA CAMPO ELETTRICO CHE CAMPO MAGNETICO ed È INDIPENDENTE DAL TEMPO



B ed E STANNO SU QUESTO PIANO

ONDA PIANA UNIFORME ⟶ IN CASO TUTTI B e E SONO SEMPRE SU PIANI PARALLELI

ES: FILO DIRITTO STESSA MAGLIA SOLITA DIREZIONE (ONDA CURVE)

CONCETTO TEORICO ⟶ CAMPO E e B GIACCIONO SULLO STESSO PIANO ! ALLA DIMENSIONE DI PROPAGAZIONE E SONO INDIPENDENTI DALLA POSIZIONE SU PIANO

COSA IMPLICA L'IPOTESI DI ONDA PIANA UNIFORME? SUPPONIAMO CHE E e B NON DIPENDANO DA x e y

FACCIAMO PROPAGARE L'ONDA LUNGO z

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial y} = 0 \qquad E_z = B_z = 0$$

$$\nabla \cdot E = 0$$
$$\nabla \cdot B = 0$$

COSA IMPLICA LA PROPRIETÀ DI SOLENOIDALITÀ SPANDO ALL'IPOTESI DI ONDA PIANA UNIFORME

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

MODO TEM

$$\frac{\partial}{\partial x}B_x + \frac{\partial}{\partial y}B_y + \frac{\partial}{\partial z}B_z = 0$$

CIOÈ SE C'È UNA VARIAZIONE (RESPONSABILE DEL MODO D'ONDA) e RISPETTO A x e y NULLA VARIA, INOLTRE E_z e B_z NON VARIANO RISPETTO A z

RISPETTO AL TEMPO?

$$\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \qquad \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} B$$

3° $\frac{\partial}{\partial x}E_y - \frac{\partial}{\partial y}E_x = -\frac{\partial}{\partial t}B_z \Rightarrow 0 = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0$

TERZA COMPONENTE DI $\nabla \times E = \text{ROT } E$

1° $\frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x = -\frac{\partial}{\partial t} B_y \Rightarrow -\frac{\partial}{\partial z} E_x = -\frac{\partial}{\partial t} B_y$

2° $-\left(\frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x\right) = -\frac{\partial}{\partial t} B_y \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} E_x = -\frac{\partial}{\partial t} B_y$

PER SEMPLIFICARE MI RIFERISCO ALLA COPPIA E_x e B_y → POI VEDREMO CHE SONO ORTOGONALI

$E_x(z,t) = \varphi_E(z-ct) + \psi_E(z+ct)$

$B_y(z,t) = \varphi_B(z-ct) + \psi_B(z+ct)$

$\xi = z - ct$

$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} E_x = \frac{dE_x}{d\xi} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)_{=1} = \frac{dE_x}{d\xi} = -\frac{\partial}{\partial t} B_y = -\frac{dB_y}{d\xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{dB_y}{d\xi} \cdot c$ ONDA PROGRESSIVA

$\frac{dE_x}{d\xi} = c\frac{dB_y}{d\xi} = \frac{\partial}{\partial \xi}\varphi_E = \frac{c}{c}\varphi_B$

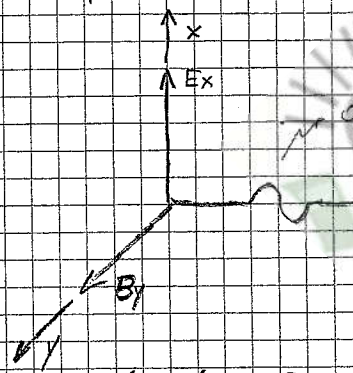
ONDA PROGRESSIVA (COPPIA E_x, B_y)

$\varphi_E = c\varphi_B$ → $\frac{\partial}{\partial \xi} E_x = \frac{\partial}{\partial \xi}\varphi_E \quad \frac{dB_y}{d\xi} = \frac{d\varphi_B}{d\xi}$

$\frac{\partial}{\partial z} E_x = \frac{\partial}{\partial \eta} E_x = \frac{d\psi_E}{d\eta} = -\frac{dB_y}{dt} = -\frac{dB_y}{d\eta}$ (c) ONDA RETROGRESSIVA

ONDA REGRESSIVA

$\psi_E = -c\,\psi_B$



LE DEFINIZIONI SONO IMPORTANTI !!

$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{\varphi_E}{\varphi_B} = \frac{\varphi_E}{\mu_0 \varphi_H}$

3/10/2018 RIEPILOGO

SPAZIO LIBERO, EQUAZIONI DI MAXWELL

$\nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} B$

$\nabla \times B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E$

$\nabla \cdot E = 0$

$\nabla \cdot B = 0$

DA QUESTE ABBIAMO OTTENUTO

$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$ → EQ. DI D'ALAMBERT

- TEM → $\begin{cases} E_x, B_y \\ E_y, B_x \end{cases}$

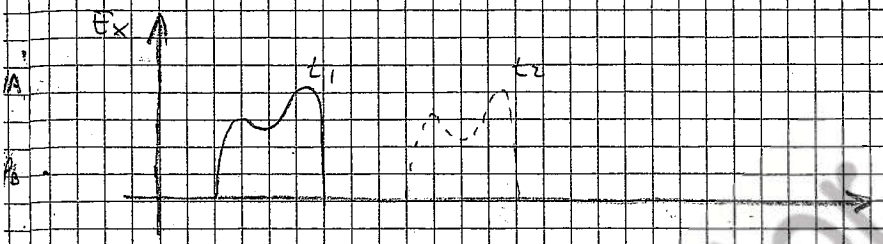
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

→ COPPIA E_x, B_y

POSSO SCRIVERE E_x e B_y IN FORMA:

$$\begin{cases} E_x(z,t) = \varphi_E(z-ct) + \psi_E(z+ct) \\ B_y(z,t) = \varphi_B(z-ct) + \psi_B(z+ct) \end{cases}$$

→ MODO TEM → E_x, B_y e E_y, B_x



$\xi = z - ct$

$\eta = z + ct$

$\varphi_E = c\,\varphi_B$ e $\psi_E = -c\,\psi_B$

FINE DUEPILOGO

$$\begin{aligned} E_x(z,t) &= \varphi_E(z-ct) + \psi_E(z+ct) \\ B_y(z,t) &= \varphi_B(z-ct) + \psi_B(z+ct) \end{aligned} \rightarrow \text{COPPIA } E_x, B_y$$

$$\begin{aligned} E_y(z,t) &= \Phi_E(z-ct) + \Psi_E(z+ct) \\ B_x(z,t) &= \Phi_B(z-ct) + \Psi_B(z+ct) \end{aligned} \rightarrow \text{COPPIA } E_y, B_x$$

COSA SI CAMBIANO LE ONDE CHE PROPAGANO NELLA STESSA DIREZIONE???

$$\bar{\Phi}_E = \hat{c}\,\bar{\Phi}_B \qquad \bar{\Psi}_E = c\,\bar{\Psi}_B$$

↳ PRODOTTO DELLA MANO DESTRA

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$ → MAXWELL

$$\begin{aligned} E_x(z,t) &= \varphi_E(z-ct) \\ B_y(z,t) &= \frac{\varphi_E}{c}(z-ct) \\ E_y(z,t) &= \Phi_E(z-ct) \\ B_x(z,t) &= -\frac{\Phi_E}{c}(z-ct) \end{aligned}$$ → SONO DUE ONDE PROGRESSIVE

$$E \cdot B = E_x B_x + E_y B_y = \varphi_E\left(-\frac{\Phi_E}{c}\right) + \Phi_E \cdot \frac{\varphi_E}{c} = 0 \Rightarrow$$ I DUE CAMPI SONO ORTOGONALI

- SI COMBINANO FORMANDO UN'ONDA PIANA

→ QUESTO NON AVVIENE SE UN'ONDA È PROGRESSIVA E L'ALTRA REGRESSIVA