05/10/2017

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Introduzione

Che cos'è la misura? La misura è un confronto si sente sempre dire. Da un punto di vista operativo va bene perché ci domandiamo quanto pesa un oggetto, lo confrontiamo con un campione e vediamo quante volte sta il suo peso rispetto al riferimento.
Però da un punto di vista un po' più filosofico ci dovremmo chiedere, perché sentiamo l'esigenza di fare una misura? Perché siamo in uno stato di incertezza e LA MISURA È UNA MODIFICA DELLO STATO DI CONOSCENZA.
E la probabilità è fortemente rappresentativa dell'incertezza di misura. Scopriremo inoltre che una volta capita la propagazione dell'incertezza della somma saremo a cavallo.
Vedremo inoltre che negli anni si sono sviluppati diversi approcci, quelli più famosi sono quello frequentista e quello bayesiano, profondamente diversi fra loro. Per noi l'incertezza di misura è il dubbio e quello che dobbiamo cercare di fare è quantificarlo.

Ad esempio, perché dopo aver fatto dieci misure scegliamo la media? Cercheremo di dirlo in profondità e lo diremo attraverso la regola della penalizzazione. Qualcuno parla di bastone e di carota altri di metto la caramella e levo la caramella, ma è lo stesso.

Quindi PROBABILITÀ e STATISTICA ci accompagneranno in esercizi relativamente semplici ma concettualmente profondi.
Lo scopo del corso è fornire l'approccio alla misura.

Esempio lunghezza linea disegnata alla lavagna

Raccolta dati in aula. Una misura non ha senso se non è inserita in un CONTESTO; il contesto sarà il MODELLO e il modello sarà ciò che rappresenta il misurando. Abbiamo poi fatto la media totale, la media delle file davanti e delle file dietro:

$\bar{l}_{TOT_1} = 64,2$ cm $\quad \bar{l}_{DAV_1} = 61,2$ cm $\quad \bar{l}_{DIE_1} = 68,8$ cm

Poi abbiamo misurato con un righello quella linea per

conoscerne il valore vero che, fidandoci della calibrazione del righello e trascurando l'errore di misura, è venuto $l_1 = 60$ cm.
Tracciando poi un'altra linea accanto alla prima e raccogliendo di nuovo i dati:

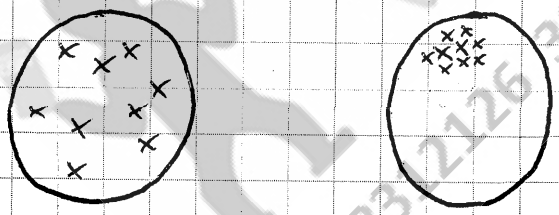
$\bar{l}_{TOT_2} = 46,8$ cm $\quad \bar{l}_{DAV_2} = 46,5$ cm $\quad \bar{l}_{DIE_2} = 47,1$ cm

Misurandola il valore vero era $l_2 = 47,2$ cm.
Si può notare come la seconda volta le medie differiscano di qualche decimo dal valore vero, a differenza della prima volta dove ne erano lontane. Anche l'aula si è calibrata grazie al confronto con la misura reale nota della prima linea.
In maniera un pò naif abbiamo dimostrato L'IMPORTANZA DELLA CALIBRAZIONE.

"Misura ciò che è misurabile, rendi misurabile ciò che non lo è"
[Cit. Galileo]

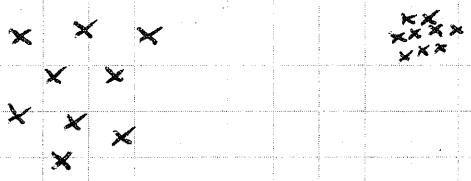
Precisione e accuratezza

Prendiamo come esempio il gioco delle freccette con giocatore A e giocatore B. Entrambi fanno nove lanci visivamente distribuiti più o meno in questo modo:



MASTER COPY
Tel. 050 6012126
cell. 389 9837745

Si può dire che il giocatore A è un giocatore abbastanza ACCURATO, invece B è abbastanza PRECISO. Noi quantificheremo sostanzialmente la precisione; non possiamo quantificare l'accuratezza e vedremo a breve di capire perchè.
L'ACCURATEZZA ESPRIME IL GRADO DI VICINANZA AL VALOR VERO.
Nell'esempio qual è il valor vero? È qualcosa che sta nel centro, quindi A è accurato perchè il valor medio dei suoi lanci è molto simile al valor vero a differenza di B che è poco accurato.
Tuttavia B è preciso perchè ha poca dispersione, fa un bell'errore ma lo fa un po' su tutto.
La questione diventa delicata se ripetessimo l'esempio in questo modo:



A B

E adesso chi è accurato e chi è preciso? La precisione si può quantificare! Il giocatore B è più preciso di A.
Sull'accuratezza si apre il problema perché adesso non conosciamo il valor vero.
Una prima osservazione sull'accuratezza è legata quindi alla definizione del misurando. Se sappiamo definire il misurando sappiamo fare la misura, ma il misurando si può definire quando si conosce.

Se ci venisse chiesto di scommettere sul nostro valore o sul valor medio, su chi scommetteremmo? Impareremo e dimostreremo in questo corso che si deve scommettere laddove crediamo di più.

"An Introduction to Uncertainty in Measurement" Kirkup and Frenkel

"Dispense di probabilità e incertezza di misura" D'Agostini

GUM → Guide to the expression of Uncertainty in Measurement

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

06/10/2017

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9637745

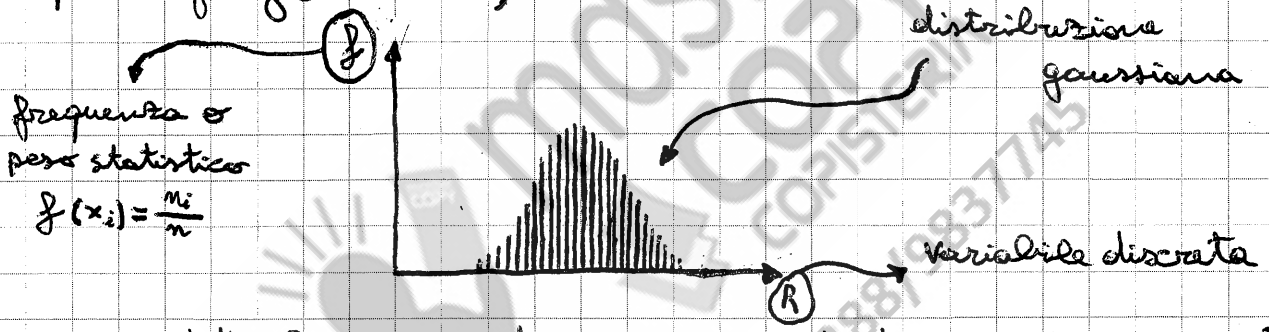
Incertezza di misura

Ci sono sostanzialmente due approcci per trattare l'incertezza di misura che sono: paradigma frequentista e paradigma bayesiano. Il primo si basa su uno schema che vuole valutare l'incertezza di misura in modo oggettivo a partire da un'analisi statistica delle occorrenze certe accadute nel passato.

Se facessimo cento misure del valore della resistenza di un resistore, avremmo:

$\bar{R} = \frac{\sum_i R_i}{100}$ media aritmetica o campionaria $\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{n} = \sum_i x_i f(x_i)$

Se poi le graficassimo, avremmo:



Abbiamo detto che non è tanto importante dare questo numero $\bar{x}$ per esprimere il risultato di una misura, ma occorre cercare un po' di dare un ulteriore dato che esprima la qualità di questa misura. Stiamo parlando proprio di questa dispersione, ossia la VARIANZA del nostro campione.
La varianza si può valutare come:

$s^2 = \frac{\sum_i (R_i - \bar{R})^2}{(n-1)}$ varianza (somma del quadrato degli scarti)

Ci sarà una grande distribuzione su questo $n-1$
diciamo che se $n = 1000$ dividere per 1000 o per 999 non cambia nulla

Quindi, una volta trovato $\bar{R}$, per quantificare questa dispersione andremo a fare la somma del quadrato degli scarti. Per ora la prendiamo per buona; nell'approccio frequentista si usa questo. Ma da dove viene? Per esempio dal metodo dei minimi quadrati.
Se prendessimo questa funzione s^2 e la volessimo minimizzare, questa sarebbe minima quando $R_i = \bar{R}$. Ma allora tutto sommato

scelgo bene se scelgo la media!
Detto questo, che dimensione ha la varianza? Il quadrato della dimensione del misurando. Allora può essere comodo introdurre la DEVIAZIONE STANDARD come:

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 333 9837745

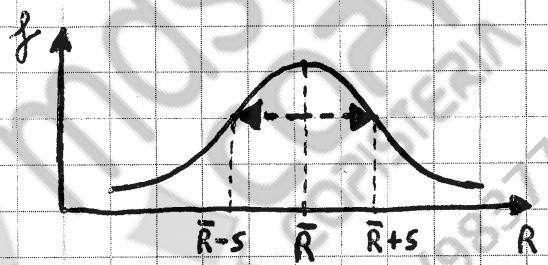
$$s = \sqrt{s^2}$$ deviazione standard (scarto tipo)

usiamo la lettera s per indicare che questa è la varianza empirica. È la varianza del campione empirico che è estratto dell'intera popolazione (le enne misure). Detta anche varianza campionaria.

Ora dobbiamo esprimere il risultato della misura. Chi scegliamo come misurando? Proprio la media. Non sappiamo ancora perché scegliamo la media ma abbiamo già scoperto che così minimizziamo la varianza. Scriviamo allora:

$$R = \bar{R} \pm s$$

~ 68 %



1) MISURE
2) MEDIA $\bar{x}$
3) VARIANZA s
4) $x = \bar{x} \pm s$
e ora?

Ma allora quanto vale la resistenza del resistore? Vuol dire forse che il valore di R cade all'interno di quell'intervallo con il 68% di probabilità?
Prima informazione: per l'approccio frequentista, il parametro R o il valore vero, esiste in senso deterministico (nel senso che è lui, lì) ma non lo possiamo conoscere. Inoltre non è assolutamente una variabile casuale.
Adesso, possiamo dire che R cada in quell'intervallo con una probabilità del 68%? La risposta è che se pensiamo di attribuire a R il ruolo di soggetto in una frase in cui c'è scritto probabilità, sbagliamo perché R non è una variabile casuale. Non si può dire che ha una probabilità del 68% di cadere in quell'intervallo perché ci sta che R sia tutto da un'altra parte.
Cosa vuol dire allora 68% per i frequentisti? Il frequentista o chi si sente tale, ama ripetere la misura. Scrivere 68% vuol dire ammettere innanzitutto l'esistenza di una variabile casuale; se fosse stata la R saremmo stati tranquilli ma non lo è. C'è o non c'è? IL FREQUENTISTA AMA RIPETERE LA MISURA!