Notazione Scientifica

$$x = m \times 10^n$$ dove
- n è un numero intero
- m è un numero reale

$$\Downarrow$$

$$1 \leq |m| < 10$$

⇒ Consente di svolgere i calcoli più rapidamente facendo uso delle proprietà delle potenze.

ESERCIZIO

il valore della forza di attrazione della Terra sulla Luna è espresso dalla formula

$$F = \frac{G M_T M_L}{d^2}$$

dove:
- $G = 6.67428 \cdot 10^{-11}$ (in unità S.I) → Costante di gravitazione universale
- $M_T = 5.9742 \cdot 10^{24}$ kg → massa della Terra
- $M_L = 7.348 \cdot 10^{22}$ → massa della Luna
- $d = 60$ raggi terrestri → distanza Terra-Luna

a) Calcola il valore di F

$\Downarrow$

$\boxed{\text{ORDINE di GRANDEZZA}}$: potenza di 10 a cui più si avvicina il numero

$G = 6.7 \times 10^{-11}$ $\quad M_E = 6.0 \times 10^{24}$

$M_L = 7.3 \times 10^{22}$ $\quad r_\oplus = 6.4 \times 10^6$

$$F = \frac{(6.7 \times 10^{-11}) \cdot (6.0 \times 10^{24}) \cdot (7.3 \times 10^{22})}{(60 \cdot 6.4 \cdot 10^6)^2} \simeq \frac{(6.7 \times 6.0 \times 7.3) \times 10^{-11+24+22}}{(3.8 \times 10^8)^2}$$

$$\simeq \frac{3.0 \times 10^{37}}{1.5 \times 10^{17}} = 2 \times 10^{20} \text{ Newton}$$

b) Sapendo che l'unità di misura F (unità S.I) è il Newton $N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$ trova l'unità di misura di G.

$$F = \frac{GMm}{d^2} \Leftrightarrow Fd^2 = GMm \Leftrightarrow G = \frac{Fd^2}{Mm}$$

le masse M e m sono misurate in kg, la distanza d in m, quindi G avrà come unità di misura

$$\frac{kg\, m\, s^{-2}\, m^2}{kg^2} = \frac{m^3}{kg\, s^2} = m^3\, kg^{-1}\, s^{-2}$$

Gli insiemi

- due insiemi si dicono $\boxed{\text{UGUALI}}$ quando hanno gli stessi elementi
- se due insiemi non hanno elementi comuni si dicono $\boxed{\text{DISGIUNTI}}$

$\Downarrow$

gli insiemi A e B sono uguali o disgiunti?

$A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} : |x| \leq 3 \wedge x \neq 0\}$ "E"

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ sono numeri interi ✓

$|x| \leq 3 \Rightarrow x$ compreso tra -3 e $3 \rightarrow -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

ma $x \neq 0 \rightarrow -3, -2, -1, 1, 2, 3$

$\longrightarrow$ B coincide con l'insieme A

- un insieme privo di elementi e' detto $\boxed{\text{INSIEME VUOTO}}$ $(\emptyset)$

✱ dato un insieme A con n elementi, l' $\boxed{\text{INSIEME DELLE PARTI}}$ di A ha 2^n elementi

ESEMPIO

$A \{2, 4, 6\}$ $\quad P(A) = \{\emptyset; \{2\}; \{4\}; \{6\}; \{2,4\}; \{2,6\}; \{4,6\}; \{2,4,6\}\}$

- un $\boxed{\text{INTERVALLO}}$ e' un sottoinsieme I di $\mathbb{R}$ formato da tutti i numeri reali compresi tra due estremi a e b $(a < b)$.

$\rightarrow$ tali estremi possono appartenere o meno all'intervallo, in base al caso cambia anche la simbologia

$A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 2\}$

$\Downarrow$

modulo maggiore o uguale a 2 $\Rightarrow$ numeri reali minori o uguali a -2 oppure maggiori o uguali a $+2$

$\downarrow$

l'insieme A e' l'unione di due intervalli

$(-\infty, -2] \cup [2; +\infty)$

$B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < 2\}$

$\Downarrow$

$-2 < x - 1 < 2 \quad \rightarrow \quad -1 < x < 3 \quad \Rightarrow \quad B = (-1, 3)$

$\Rightarrow A \cup B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -2 \vee x > -1\} = (-\infty, -2] \cup (-1, +\infty)$

$\Rightarrow A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < 3\} = [2, 3)$

PRODOTTO CARTESIANO

$A = \{1,2,3\}$ $B = \{-1,-2,-3\}$ $\Rightarrow$ l'insieme A ha 3 elementi come B
$A \times B$ ha 9 elementi

$\rightarrow A \times B = \{(1,-1),(1,-2),(1,-3),(2,-1),(2,-2),(2,-3),(3,-1),(3,-2),(3,-3)\}$

⚠ il prodotto cartesiano NON e' commutativo

$$\boxed{A \times B \neq B \times A}$$

TABELLE di VERITA'

P	Q	¬P	P∧Q	P∨Q	P⇒Q	P⇔Q
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V
		⇓ NON	⇓ E	⇓ O	⇓ SE... ALLORA	⇓ SE E SOLO SE

- NON → se P e' vera, ¬P e' falsa
- E → P∧Q e' vera solo se sia P che Q sono vere
- O → P∨Q e' vera se almeno una tra P e Q e' vera
- SE... ALLORA → P⇒Q e' falsa solo se P e' vera e Q e' falsa
- SE E SOLO SE → P⇔Q e' vera solo se P e Q sono uguali (entrambe false o entrambe vere)

Funzioni

- Siano A e B due insiemi. Si dice CORRISPONDENZA da A a B un qualsiasi sottoinsieme R del prodotto cartesiano $A \times B$ ($R \subseteq A \times B$)
- Se $A = B$ una corrispondenza in $A \times A$ si dice anche RELAZIONE in A

ESEMPIO

Sia $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{4,5,6\}$

→ Corrispondenza da A a B: $R = \{(2,6),(1,4),(3,5)\}$

→ Corrispondenza da $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Z}$? $S = \{(n,m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z} : n = m^2\}$

↓

una RELAZIONE R in un insieme non vuoto A può essere:

1) RIFLESSIVA $(x,x) \in R, \forall x \in A$
2) SIMMETRICA $(x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R, \forall x,y \in A$
3) ANTISIMMETRICA $(x,y) \in R \land (y,x) \in R \Rightarrow x = y$
4) TRANSITIVA $(x,y) \in R \land (y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R, \forall x,y,z \in A$

↓

RIFLESSIVA + SIMMETRICA + TRANSITIVA → Relazione di Equivalenza

RIFLESSIVA + ANTISIMMETRICA + TRANSITIVA → Relazione d'ordine

↳ una relazione d'ordine in A è chiamata TOTALE se due qualsiasi elementi sono confrontabili, in caso contrario l'ordine è detto PARZIALE

"essere minore o uguale di" in $\mathbb{R}$ è totale.

↓

- dati due insiemi non vuoti A e B una FUNZIONE f dall'insieme A all'insieme B è una qualsiasi legge o corrispondenza che associa a ciascun elemento a dell'insieme A uno ed un solo elemento b dell'insieme B
- A si dice il DOMINIO e B il CODOMINIO di f.

$$\boxed{f : A \to B}$$

la funzione f è quindi una CORRISPONDENZA UNIVOCA: ad un elemento di un insieme (il dominio) associa un solo elemento dell'altro insieme (il codominio)

- L'insieme di tutti i valori che assume la funzione f si dice **IMMAGINE** (di A secondo f) e si indica $f(A)$
- Se T e' un sottoinsieme di B si dice **CONTROIMMAGINE** o **IMMAGINE INVERSA** di T mediante f, e si indica con $f^{-1}(T)$, il sottoinsieme degli elementi A le cui immagini mediante f appartengono a T

$$f^{-1}(T) = \{a \in A : f(a) \in T\}$$

- il **GRAFICO** di un'applicazione $f: A \to B$ e' un sottoinsieme G del prodotto cartesiano $A \times B$ definito nel seguente modo:

$$G = \{(a,b) \in A \times B : b = f(a)\}$$

↓

- **SUCCESSIONE** funzione $a: \mathbb{N} \to B$ con dominio nell'insieme dei numeri naturali
- **PROGRESSIONE ARITMETICA**: data la successione di numeri reali $a_1, a_2 \dots a_n$, e' P.A. se la differenza fra qualsiasi termine della successione ed il suo precedente e' costante

$$a_n - a_{n-1} = d \quad \forall n \in \mathbb{N} \land n > 1$$

RAGIONE della PROGRESSIONE

Se $d=0$ si ha una successione costante

- **PROGRESSIONE GEOMETRICA**: la successione di numeri reali $a_1, a_2 \dots a_n$ e' una P.G. se il rapporto tra qualsiasi termine della successione ed il suo precedente e' costante

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q \quad \forall n \in \mathbb{N} \land n > 1$$

RAGIONE della PROGRESSIONE

Se $q = 1$ si ha una successione costante

↓

* Vista la definizione di progressione aritmetica si ha

$$a_2 = a_1 + d \qquad a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d \qquad a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d \dots\dots$$

quindi vale $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$

↓

se volessimo trovare il termine n-esimo a partire dal termine r-esimo $(r<n)$

$$\boxed{a_n = a_r + (n-r)d}$$