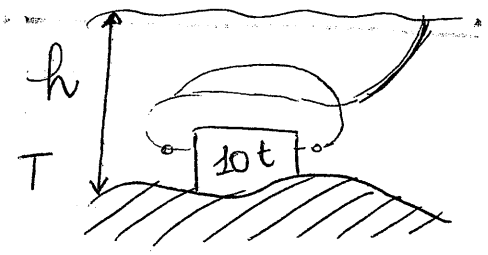
PRINCIPI DI INGEGNERIA CHIMICA I

ESERCIZIO 1 (29/09/2016)

Supponiamo che in fondo al mare ci sia una cisterna di 10 t che contiene sostanze pericolose a con densità $\rho_1 = 4\ g/cm^3$

SCOPO = farla risalire

Si aggancia la cisterna ad una camera d'aria e si manda aria dall'esterno nella camera. Qual è la quantità minima di aria da riflussare?



$h = 50\ m$

$T = 10°C$

$\rho_1 = 4\ g/cm^3$

$\rho_{H_2O} = 1\ g/cm^3 \simeq 1000\ Kg/m^3$

- Non siamo che la cisterna si solleva la pressione diminuisce, quindi se prima si solleva lentamente poi si solleva velocemente.

LEGGE DI STEVINO $\left.\frac{dP}{dz}\right|_{z=0} dz = \rho g$

Liquidi: $P_1 = P_{atm} + \rho g h$ → PRESSIONE SUL FONDO (maggiore della P in superficie = P_{atm})

$P_1 = 1{,}01 \cdot 10^5\ Pa + 1000\ Kg/m^3 \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot 50\ m = 5{,}91 \cdot 10^5\ Pa$

FORZA PESO → $P_1 = mg = 10 \cdot 10^3\ Kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 9{,}81 \cdot 10^4\ N$

PESO FLUIDO SPOSTATO ⇒ $P_2 = m_2 g$

$m_2 = \rho_{H_2O} \cdot V$ il volume è lo stesso della cisterna

$$V = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{10 \cdot 10^3\ Kg}{4 \cdot 10^3\ Kg/m^3} = 2{,}5\ m^3$$

→ $m_2 = 1000\ Kg/m^3 \cdot 2{,}5\ m^3 = 2{,}5 \cdot 10^3\ Kg$

⇒ $\boxed{P_2 = 2{,}5 \cdot 10^3\ Kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 24{,}53 \cdot 10^3\ N}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- $P_2 < P_1$ quindi la cisterna tende ad affondare e bisogna gonfiare la camera con un certo volume.

$P_1 - P_2 = F = (9{,}81 \cdot 10^4 - 24{,}53 \cdot 10^3)\ N = 7{,}357 \cdot 10^4\ N$

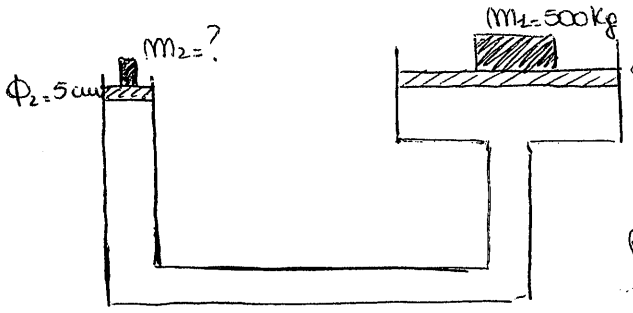
$P_1 = \underbrace{P_2 + \rho_{H_2O} V g}$ → $V = \frac{7{,}357 \cdot 10^4\ N}{1000\ Kg/m^3 \cdot 9{,}81\ m/s^2} = 7{,}50\ m^3$

peso totale del fluido spostato

$m_{aria} = V \cdot \rho_{aria} = 7{,}50\ m^3 \cdot 1{,}27\ Kg/m^3 = 9{,}53\ Kg$ ARIA

ESERCIZIO 2 (29/09/2015)

Consideriamo un circuito ad U riempito con un certo fluido e 2 pistoni (leggeri) all'estremità di 5 cm e 100 cm. Inizialmente le basi dei 2 pistoni si trovavano alla stessa quota (quindi alla stessa pressione). Se applico sul 2° pistone un peso di 500 kg, quale deve essere il peso da applicare sul 1° pistone x mantenere un equilibrio.



OSSERVAZIONE:
Poiché i pistoni si trovano alla stessa quota la pressione sarà la stessa

Affinché vi sia l'equilibrio:

- La forza che il fluido esercita sul pistone 1 deve essere uguale alla forza peso esercitata da m_1

$$P = \frac{F}{S} \rightarrow \quad P \cdot S_1 = m_1 g \rightarrow \quad P = \frac{m_1 g}{S_1} = \frac{500\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2}{\pi \cdot (50 \cdot 10^{-2})^2} =$$

$$= 6{,}25 \cdot 10^3\,Pa$$

- La forza che il fluido esercita sul pistone 2 deve essere uguale alla forza peso esercitata da m_2.

$$P \cdot S_2 = m_2 g \rightarrow \quad m_2 = \frac{P \cdot S_2}{g} = \frac{6{,}25 \cdot 10^3\,Pa \cdot \pi \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2\,m^2}{9{,}81\,m/s^2} =$$

$$= 1{,}25\,kg$$

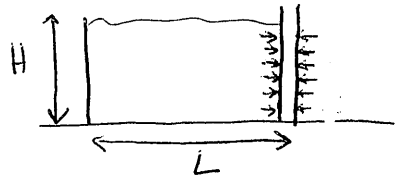
Oppure: $P_1 = P_2 \rightarrow$

$$\frac{m_1 g}{S_1} = \frac{m_2 g}{S_2} \rightarrow \quad \boxed{m_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot m_1}$$

Principio di funzionamento della PRESSA IDRAULICA

ESERCIZIO 3 (29/09/2016)

Supponiamo di avere un bacino d'acqua per 1 altezza di 4 m. Vi sarà la presenza di 1 sbarramento idraulico in modo che l'acqua non vada verso dx.
Qual è la forza che il fluido esercita allo sbarramento?



$H = 4\,m$
$L = 20\,m$

Questa forza dipende dalla pressione, la quale non è costante, ma varia con l'altezza.

$$\boxed{P(x) = P_{atm} + \rho g x}$$

$P_{atm} = 0$ perché si compensa xke spinge nello sbarramento sia da dx che da sx.

$$F = PA \rightarrow \quad dF = (\rho g x) L\,dx \rightarrow \quad dF = \rho g L\, x\,dx \rightarrow F = \rho g L \int_0^H x\,dx \Rightarrow$$

$$F = \rho g L \cdot \frac{H^2}{2}$$

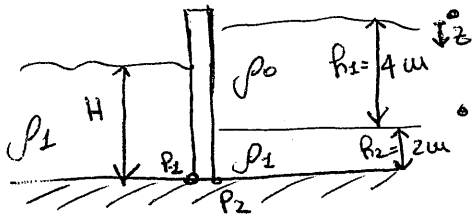
$$\rho_{H_2O} = 1000\,kg/m^3 \rightarrow$$

$$F = 1000\,kg/m^3 \cdot 9{,}81\,m/s^2 \cdot 20\,m \cdot \frac{(4\,m)^2}{2} = 1{,}57 \cdot 10^6\,N$$

master COPY COPISTERIA 350/8312126 338/9037715

ESERCIZIO 4 (29/09/2016)

Consideriamo una barriera che separa 2 bacini:
- bacino di acqua salata (mare) a sx → $\rho_S = 1{,}05 \cdot 10^3 \, Kg/m^3$
- bacino di " " + dolce (lago) → $\rho_D = 1 \cdot 10^3 \, Kg/m^3$.



- Per quale valore dell'altezza H le forze sono compensate?
- Nell'ipotesi in cui il sistema è in equilibrio è maggiore P_1 o P_2?

NOTA BENE: se $P_1 > P_2$ fuoriesce acqua di mare nel lago
se $P_2 > P_1$ fuoriesce acqua dolce nel mare

La forza dipende dalla P che è funzione dell'altezza

$P = P_{atm} + \rho g h \qquad F = PA \rightarrow dF = P(x)\,dA$

Sulla sx: $dF = (\rho_S g H + P_{atm})\,dA$

Sulla dx $dF_1 + dF_2 = (\rho_S g h_2 + P_{atm})\,dA + (\rho_D g h_1 + P_{atm})\,dA$

$\boxed{dA = L\,dx}$

$$L\int_0^H (\rho_S g x + P_{atm})\,dx = L\int_0^{h_1} (\rho_D g x + P_{atm})\,dx + L\int_{h_1}^{h_2+h_1} (\rho_S g x + P_{atm})$$

$$\rho_S g \frac{H^2}{2} + P_{atm} H = \rho_D g \frac{h_1^2}{2} + P_{atm} h_1 + \rho_S g \frac{h_2^2}{2} + P_{atm} h_2 + - \rho_S g \frac{h_1^2}{2} - P_{atm} h_1$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$1{,}05 \cdot 10^3 \, Kg/m^3 \cdot \frac{9{,}81}{2} \cdot H^2 + 1{,}01 \cdot 10^5 H = 1 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{4^2}{2} + 1{,}01 \cdot 10^5 \cdot 4 +$$
$$+ 1{,}05 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{6^2}{2} + 1{,}01 \cdot 10^5 \cdot 6 - 1{,}05 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{4^2}{2} +$$
$$- 1{,}05 \cdot 10^5 \cdot 4$$

$$5150{,}25 H^2 + 1{,}01 \cdot 10^5 H = 78480 + 404000 + 185409 + 606000 - 82404 - 420000$$

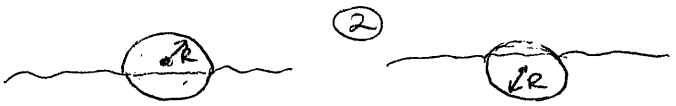
$$5150{,}25 H^2 + 1{,}01 \cdot 10^5 H - 771485 = 0 \qquad \Delta = 2{,}61 \cdot 10^{10}$$

$$H_1; H_2 = \frac{-1{,}01 \cdot 10^5 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot 5150{,}25} = 5{,}87 \, m$$

ESERCIZIO 5 (29/09/2016)

Cisterna cilindrica di raggio $R = 2m$ e $L = 20m$ contenente petrolio $\rho_p = 0{,}8\ g/cm^3$
La densità dell'acqua di mare è $\rho_f = 1{,}05\ g/cm^3$
Le pareti della cisterna presentano un peso trascurabile (involucro)
Quanto è la profondità della cisterna immersa? (H)

Ci possono essere 2 casi:



Affinché la cisterna possa galleggiare (equilibrio)
forza peso = spinta di archimede del fluido spostato

FORZA PESO: $P = mg = \rho_p V g = \rho_p \cdot \pi R^2 \cdot L g$
SPINTA ARCHIMEDE: $F = m_f \cdot g = \rho_f \cdot V g = \rho_f \cdot L \cdot A \cdot g$ (A: area immersa)

- Se sostituisco ad $A = \frac{\pi R^2}{2}$ e vedo che $P > F$, ho la situazione ② quindi più di metà cisterna è immersa.
- Se sostituisco ad $A = \frac{\pi R^2}{2}$ e vedo che $P < F$, ho la situazione ① quindi meno di metà cisterna è immersa.

$$P = 0{,}8 \cdot 10^3\ Kg/m^3 \cdot \pi \cdot 4\,m^2 \cdot 20\,m \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 1{,}97 \cdot 10^6\ N$$

$$F = 1{,}05 \cdot 10^3\ Kg/m^3 \cdot 20\,m \cdot \pi \cdot \frac{4\,m^2}{2} \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 1{,}29 \cdot 10^6\ N$$

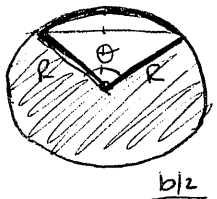
$P > F \rightarrow$ CASO ②



equilibrio: $\rho_p \cdot \pi R^2 \cdot \cancel{L} g = \rho_f \cdot \cancel{L} \cdot A g \rightarrow A = \frac{\rho_p \cdot \pi R^2}{\rho_f} \Rightarrow$

$$A = \frac{0{,}8 \cdot 10^3\ Kg/m^3 \cdot 3{,}14 \cdot 4\,m^2}{1{,}05 \cdot 10^3\ Kg/m^3} = 9{,}37\ m^2$$

Devo trovare h



$H = h + R$

Area settore circolare: $\pi R^2 \cdot \frac{\theta}{2\pi}$

Area triangolo: $\underbrace{h}_{\text{altezza}} \cdot \underbrace{2R \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}}_{\text{base}} \cdot \frac{1}{2}$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{cat}{ip} \rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{b/2}{R} \rightarrow b = 2R \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}$

Area zona galleggiante (fuori dall'acqua) = settore circolare − area triangolo

$$= \pi R^2 \cdot \frac{\theta}{2\pi} - h \cdot R \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} = R^2\frac{\theta}{2} - hR\operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \Rightarrow$$

$\cos\theta = \frac{ad}{ip} \rightarrow \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{h}{R} \rightarrow h = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot R$

MASTER COPY COPISTERIA 388/1837745 349/8312125

$= R^2 \cdot \frac{\theta}{2} - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) R^2 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$ moltiplico e divido x 2 e 2° termine

$= R^2 \cdot \frac{\theta}{2} - \underbrace{2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}_{\operatorname{sen}\theta} R^2 \cdot \frac{1}{2} = R^2 \cdot \frac{\theta}{2} - \frac{R^2}{2}\operatorname{sen}\theta$

AREA IMMERSA = A = A_{TOT} - Area zona galleggiante $= \pi R^2 - R^2\frac{\theta}{2} + \frac{R^2}{2}\operatorname{sen}\theta$

$\Rightarrow$ $A = 9{,}57\ m^2$ quindi:

$9{,}57\ m^2 = 12{,}56\ m^2 - 2\theta + 2\operatorname{sen}\theta \rightarrow 2\operatorname{sen}\theta - 2\theta + 2{,}99 = 0$

$\operatorname{sen}\theta - \theta = -1{,}495$

- $\operatorname{sen}\frac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 0{,}866 - \frac{2}{3}\pi = -1{,}23$
- $\operatorname{sen}\frac{5}{6}\pi = 0{,}5 \Rightarrow 0{,}5 - \frac{5}{6}\pi = -2{,}11$

$\Rightarrow$ $120° \le \theta \le 150°$

$\theta = 130° \rightarrow \operatorname{sen} 130° = 0{,}766$ $\quad 180° : \pi = 130° : \theta \rightarrow \theta = \frac{130 \cdot \pi}{180} = 2{,}267$

$\rightarrow$ facciamo la prova: $0{,}766 - 2{,}267 = -1{,}50 \simeq -1{,}495$ OK

$\theta = 130°$

Quindi: $h = \cos\frac{\theta}{2} \cdot R = 0{,}845\ m$

$\rightarrow H = h + R = (0{,}845 + 2)\ m = 2{,}845\ m$

master COPY COPISERIA 050/8312126 388/9837745
MASTER COPY Tel. 050 8312126

ESERCIZIO 6 (29/09/2016)

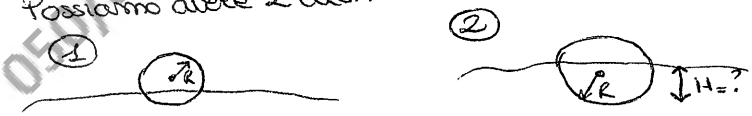
Risolvi il problema precedente usando una cisterna sferica di $R = 2\ m$.

$\rho_p = 0{,}8\ g/cm^3$

$\rho_f = 1{,}05\ g/cm^3$

$H = ?$

Possiamo avere 2 casi:



Affinché la cisterna possa galleggiare: forza peso = spinta archimede fluido spostato

FORZA PESO: $P = mg = \rho_p \cdot Vg = \rho_p \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 g = 2{,}63 \cdot 10^5\ N$

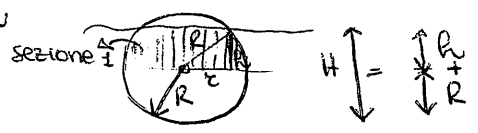
SPINTA ARCHIMEDE: $F = m_f g = \rho_f \cdot Vg$

Equilibrio: $2{,}63 \cdot 10^5 = \rho_f \cdot Vg \rightarrow V = \frac{2{,}63 \cdot 10^5}{1{,}05 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81} = 25{,}53\ m^3$

In che situazione siamo? Valuto mezza sfera immersa

$V = \frac{2}{3}\pi R^3 \rightarrow F = \rho_f \cdot \frac{2}{3}\pi R^3 g = 1{,}72 \cdot 10^5\ N$ $\quad F < P \rightarrow$ CASO (2)

$H = R + h$



$r = \sqrt{R^2 - h^2}$