Elettrotecnica

MASTER COPY
Tel. 059 8312126
Cell. 388 9837745

PROF MAURO TUCCI
email: mauro.tucci@unipi.it
sito: www.dsea.unipi.it/Members/tucciw → "Teoria dei circuiti lineari"

libro: "Lezioni di Elettrotecnica" di Raugi, Pisa University Press

esame: compitini
- 21 Aprile, ore 9:00 in B11, B21, B31
- Maggio

→ media ≥ 18, verbalizzazione orale facoltativo per alzare il voto se non si supera uno dei compitini obbligatorio scritto + orale.

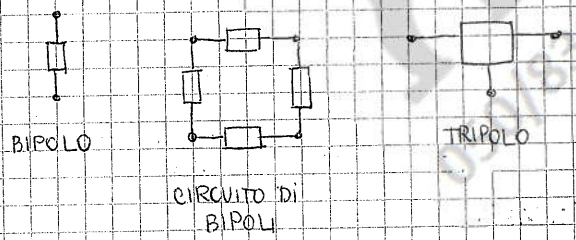
Voto dello scritto mantenuto dopo un appello, anche tra sessioni diverse.

L'elettrotecnica si distingue dall'elettronica per lo studio dei circuiti solo lineari.

CIRCUITO = interconnessione di elementi circuitali tali da fornire uno o più percorsi chiusi per la corrente

Le applicazioni dei circuiti vanno dal macroscopico al microscopico:
- produzione e distribuzione di energia elettrica
- applicazione di segnali (a bassa potenza)
  - elettronica analogica
  - elettronica digitale

BIPOLO = elemento circuitale con 2 terminali (punti che possono essere utilizzati per collegare altri elementi circuitali)



Relazione costitutiva = relazione che descrive il legame tra le grandezze adimensionali che costituiscono il bipolo

Per la connessione useremo le leggi di Kirchoff, sempre lineari a prescindere delle relazioni costitutive

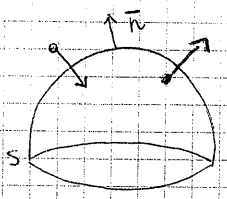
Nell'analisi circuitale le **grandezze descrittive** si riducono soltanto a **TENSIONE** e **CORRENTE**

Intensità di corrente elettrica

Sapendo che una carica elettrica è un protone o un elettrone; $q_p = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C
Convenzionalmente la corrente è considerata come un movimento ordinato di cariche elettriche in un materiale conduttore causato da un agente macroscopico esterno come un campo elettrico. In assenza di una forza macroscopica esterna, il moto è disordinato e la velocità media delle cariche è nulla, quindi la corrente è nulla.

Legge di conservazione della carica elettrica = in un sistema chiuso la quantità di carica è costante

Prendiamo una superficie orientata S, in cui è definito un versore $\bar{n}$ normale:



se il verso in cui una carica attraversa la superficie è il verso della normale allora la corrente è positiva, altrimenti negativa.

sia Δq la somma di cariche che attraversa la superficie S in modo concorde a $\bar{n}$ in un tempo Δt.

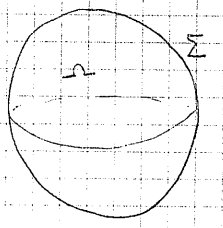
La **corrente media** è definita come $\langle i_S \rangle = \frac{\Delta q}{\Delta t}$

La **corrente istantanea** è definita come $\langle i_t \rangle = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq(t)}{dt}$

NB: La corrente ha un senso una volta che si definisce un **verso di riferimento**. Abitualmente (una carica + che entra produce corrente negativa, una carica − che entra produce corrente positiva). (Nell'elettronica la corrente è dovuta alla compensazione di cariche positive e negative)

In questo caso il verso di riferimento coincide con $\bar{n}$

Consideriamo una superficie chiusa Σ, di volume interno $\curvearrowright$



Chiamiamo $\Delta Q_{\curvearrowright}$ = variazione di carica nel volume interno

ΔQ_{Σ} = carica che attraversa la superficie

La **CONSERVAZIONE della carica** dice che una variazione di carica in superficie è compensata da una variazione negativa di carica nel volume.

$$\Delta Q_{\Sigma} = -\Delta Q_{\curvearrowright}$$

Questo vale per sistemi isolati.

$$\frac{\Delta Q_{\Sigma}}{\Delta t} = -\frac{\Delta Q_{\curvearrowright}}{\Delta t}$$

$$\frac{dQ_{\Sigma}(t)}{dt} - \frac{dQ_{\curvearrowright}}{dt}$$

è una corrente che attraversa infatti la superficie orientata Σ

non è una corrente perché non attraversa una superficie orientata

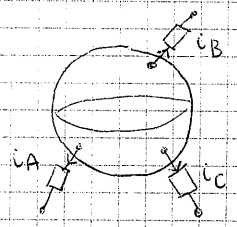
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Dunque il principio di conservazione della carica si sintetizza con $i_{\Sigma}(t) = -\frac{dQ_{\curvearrowright}}{dt}$

L'assunzione che faremo è che **CONDIZIONE STAZIONARIA** (non c'è variazione di carica interna)

per cui $i_{\Sigma}(t) = \emptyset$

Questo sarà il criterio di applicazione della prima legge di Kirchoff



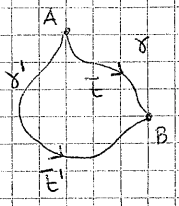
Considerando l'insieme di più bipoli connessi a una superficie

$i_{\Sigma} = i_A + i_B + i_C = 0$ otteniamo la Legge di Kirchoff

Invece per la **CONDIZIONE LENTAMENTE VARIABILE** $i_{\Sigma}(t) \simeq \emptyset$

Tensione elettrica

Presi due punti nello spazio A, B, collegati da un percorso γ con versore $\vec{t}$, la tensione è definita come il lavoro compiuto da una carica elettrica per muoversi da A a B



$$V_{AB,\gamma} = \int_{\gamma} \vec{E} \cdot \vec{t}\, dl \quad \text{in volt } [V]$$

considerando un percorso alternativo γ'

$$V_{AB,\gamma'} = \int_{\gamma'} \vec{E} \cdot \vec{t}\, dl$$

MASTER Tel. 080 8311265 Cell. 388 9837745

Prendendo il percorso chiuso $\Gamma = \gamma \cup \gamma'$ orientato come γ

allora

$$V_{AA,\Gamma} = \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{t}_{\Gamma} dl = \int_{\gamma} \vec{E}\,\vec{t}\, dl - \int_{\gamma'} \vec{E} \cdot \vec{t}'\, dl = V_{AB,\gamma} - V_{AB,\gamma'}$$

Per la legge di Faraday, l'integrale di linea del campo elettrico $\vec{E}$ pari all'opposto della variazione del flusso del campo magnetico

$$\int_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{t}\, dl = -\frac{d}{dt}\Phi_B$$

Nel nostro caso consideriamo condizioni stazionarie o lentamente variabili in cui

$$-\frac{d}{dt}\Phi_B = \emptyset$$

Otteniamo quindi $\int_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{t}\, dl = \emptyset = V_{AB,\gamma} - V_{AB,\gamma'} = V_{AA,\Gamma}$

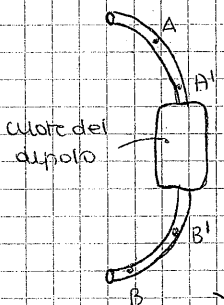
dunque $V_{AB,\gamma} = V_{AB,\gamma'}$

per cui la tensione fra due capi non dipende dal percorso scelto

Da qui discende la II legge di Kirchoff per cui la somma delle variazioni delle tensioni su un percorso chiuso è nulla.

Le leggi di Kirchoff sono quindi approssimazioni della legge di conservazione della carica e dell'energia

BIPOLO FISICO = costituito da due terminali (in rame) conduttori ideali ($\sigma = +\infty$) per cui tra due punti del conduttore la tensione è nulla

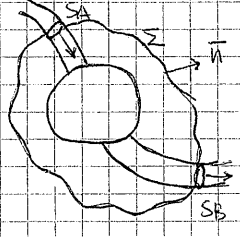


$V_{AB} = \emptyset \quad V_{BB'} = \emptyset$

Una grandezza descrittiva è la tensione del bipolo definita da

$$\boxed{V_{AB} = V_{AB'} = V_{A'B} = V_{A'B'}}$$

Considerando due superfici orientate S_A e S_B nei terminali e una superficie chiusa che attraversa i due conduttori allora (nella realtà $i_A \neq i_B$) per la conservazione della carica:

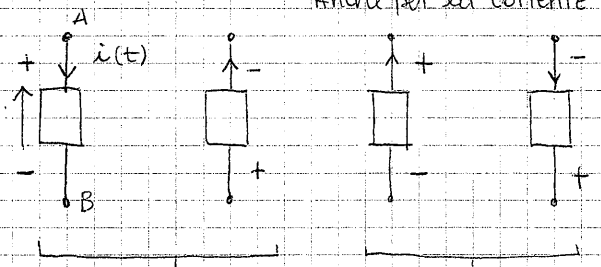


$i_{\Sigma}(t) = \emptyset$ Preso un verso di riferimento uscente allora $i_A < 0$ e $i_B > 0$.

Dunque $i_{\Sigma}(t) = i_B(t) + i_A(t) \Rightarrow \boxed{i_A(t) = i_B(t)}$

Istantaneamente, le correnti sono uguali

Dunque un bipolo ha due grandezze descrittive. Indicare la polarità del bipolo coincide con indicare il verso di riferimento della tensione, arbitrario.
Anche per la corrente si definisce un verso arbitrario su uno dei terminali



Le relazioni costitutive dei dipoli sono definite a partire dalla condizione di riferimento che viene assunta (solitamente la prima)

coincidono.
La corrente scorre dal polo + al polo −
e sono chiamati
RIFERIMENTI ASSOCIATI
o dell'utilizzatore

coincidono.
La corrente scorre dal polo − al polo +
e sono chiamati
RIFERIMENTI NON ASSOCIATI
o del generatore

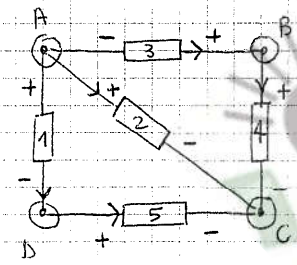
La relazione costitutiva sarà data da una relazione tra tensione e corrente

$V = f(i)$ controllata in CORRENTE

$i = g(V)$ controllata in TENSIONE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Consideriamo un circuito di dipoli e per ognuno imponiamo i versi di riferimento



Abbiamo un solo riferimento non associato (3) = generatore
Tutti gli altri sono riferimenti associati (1, 2, 4, 5) = utilizzatore
Nodo: giunzione tra 2 o più terminali di bipoli
Applichiamo la convenzione della carica a delle mini-sfere che contengono le giunzioni tra i dipoli
Per convenzione il verso di riferimento della corrente uscente.

1° legge di Kirchoff
- nodo A: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ (sono tutte uscenti)
- nodo B: $i_4 - i_3 = 0$
- nodo C: $-i_4 - i_3 - i_5 = 0$
- nodo D: $i_1 - i_5 = 0$

Maglia:

1° Legge di Kirchhoff: per ogni nodo la somma algebrica delle correnti uscenti è uguale a zero in ogni istante.
("LKC" = legge di Kirchoff per le correnti)

$$\sum_k (\pm)\, i_k(t) = \emptyset \qquad \text{istante per istante}$$

Il numero di equazioni indipendenti è pari al n° di nodi − 1.

Definisce un vincolo tra le correnti afferenti ad un nodo.
Convenzionalmente il verso uscente della corrente è positivo

Maglia: percorso chiuso di bipoli
- "ad anello" = non contengono all'interno bipoli. Es. {1,2,5}, {2,3,4}

La maglia {1,3,5} non è ad anello perché contiene il bipolo 2.

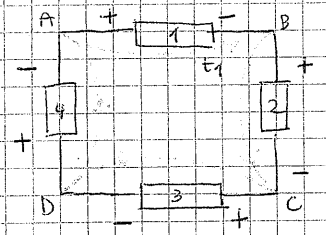
2° legge di Kirchhoff: per ogni maglia la somma algebrica delle tensioni dei bipoli appartenenti ad essa è nulla in ogni istante.

("LKT" = legge di Kirchhoff per le tensioni)

$$\sum_k (\pm) V_k(t) = 0 \quad \text{istante per istante}$$

Definisce un vincolo tra le tensioni dei bipoli in una maglia.

Consideriamo una maglia di 4 bipoli, imponiamo i riferimenti di tensione e un percorso chiuso dal polo + al polo −



Applichiamo l'integrale di linea del campo elettrico

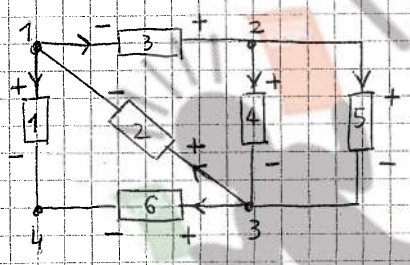
$$V_1 = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{t}_1 \, dl$$

Compiendo un percorso chiuso otteniamo la legge di Faraday-Lenz approssimata per le condizioni lentamente variabili

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{t} \cdot dl = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 0 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

Seguendo la maglia in modo concorde al verso di riferimento → [se si trova un bipolo orientato da + a − allora la tensione è **positiva** / " " da − a + allora " " è **negativa**

Es)



Abbiamo 4 nodi e 6 lati

lato = filo che collega 2 nodi

Definiamo prima di tutto i riferimenti delle correnti e delle tensioni sia concordi che non.

Per applicare la 2° legge si sceglie in modo arbitrario un verso di percorrenza della maglia e si considera solo i riferimenti di tensione (+/−)

nodo 1) $i_1 - i_2 + i_3 = 0$

nodo 2) $i_4 - i_3 + i_5 = 0$

nodo 3) $i_2 + i_6 - i_4 - i_5 = 0$

nodo 4) $-i_6 - i_1 = 0$

Le **equazioni linearmente indipendenti con la I° legge** di Kirchoff sono sempre **n−1** (n = n° di nodi).
Basta scartarne una a scelta

in questo caso $n-1 = 3$

$\{1,2,6\}$ $\quad -V_2 + V_6 - V_1 = 0$

$\{2,3,4\}$ $\quad V_2 - V_3 + V_4 = 0$

$\{4,5\}$ $\quad V_4 - V_5 = 0$

$\{3,1,6,4\}$ $\quad V_3 + V_1 - V_6 - V_4 = 0$

$\{3,5,6,1\}$ $\quad -V_3 + V_5 + V_6 - V_1 = 0$

$\{3,5,2\}$ $\quad -V_3 + V_5 + V_2 = 0$

Le **equazioni linearmente indipendenti con la II legge** di Kirchhoff sono sempre **l−(n−1)** (l = bipoli, n = nodi) ed è **pari al numero di anelli** (per capirsi pari al numero di "buchi").

in questo caso $l-(n-1) = 6-(4-1) = 3$

È stato dimostrato che se si considerano le maglie ad anello queste offrono equazioni linearmente indipendenti. ←

Oppure basta considerare maglie che contengono un bipolo in esclusiva (non condiviso da altre maglie)

Attenzione! Le equazioni linearmente indipendenti non vanno scelte a caso tra le l equazioni

MASTER Tel. 050 ... cell. 3... ...