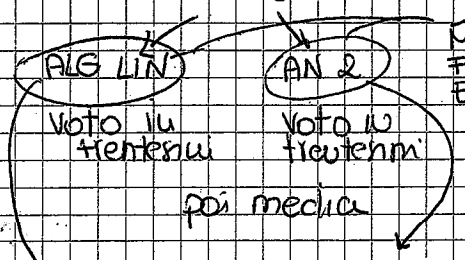
ALGEBRA LINEARE e ANALISI 2

27/09/18

12 CFU

N. VISCIGLIA ~ 90
G. Alberti ~ 30

HTTP://people.dm.unipi.it/i Viscigli
→ VECCHI COMPITI
→ TRACCIA ESAME



SCRITTO → PRE TESTI (10 DOM → bene a 7) X ACCEDERE SCRITTO
SCRITTO (3 esercizi) (10 PUNTI a EX)

ORALE → nello stesso appello

ISCRIVERSI ALL'ESAME

LIBRI = M. ABATE - ALGEBRA LINEARE ed. Mc Graw-Hill
e dispense in rete

RICEVIMENTO MERCOLEDÌ 9:00 STUDIO 210 DIP DI MATEMATICA
E-MAIL X INTERESSE RICEVIMENTO (RICHIESTA RICEVIMENTO) BIOMEMCA

Endomorfismo = applic lin sp vettoriale e se stesso
Isomorfismo = applic lin e invertibile tra sp vettoriali

ALGEBRA Lineare

27/09/18

SPAZIO VETTORIALE

TEORIA DELLE MATRICI

TEORIA DEI SISTEMI LINEARI

TEORIA SPETTRALE DELLE MATRICI

NOTAZIONI

Insieme = è una famiglia di oggetti ben definita

Definire gli Insiemi → elenco esplicito $\{a, b, h\}$

→ tramite proprietà che definisce l'insieme (UTILE X INSIEMI INFINITI O FINITI MA ANCHE)

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2 \dots\}$ naturali $\{$tutte le stelle dell'universo$\}$

$\mathbb{Q} = \{$razionali$\} \{\frac{m}{n} / (m,n)$ sono coprimi (max comun divisore tra m e n è 0 stesso$\}$ $\{$numeri naturali multipli di 3$\}$

$\mathbb{R} = \{$reali$\}$

$a \in A$ A(insieme) ES. $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

$a \notin A$ non appartiene $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

X ASSURDO $\sqrt{2}$ FOSSE RAZIONALE QUINDI SCRIVIBILE COME m/n CON m e n COPRIMI

$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ con $MCD(m,n) = 1$

$\Rightarrow 2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow 2n^2 = m^2$

$\Rightarrow m = 2k$ (PARI) se dimostro che m e n sono pari scelta la ipotesi

$2n^2 = 4k^2$

$n^2 = 2k^2 \rightarrow$ pari

$n = 2k$

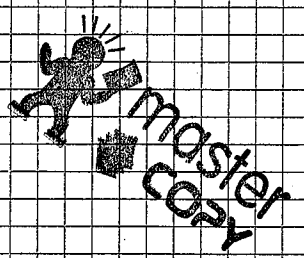
Il caso max comun divisore non può essere meno di 2

$A \in B$ insiemi

$A \subseteq B$ se $a \in A \Rightarrow a \in B$

ES. $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ $\Rightarrow \mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$



$A \cup B = \{a \in A, b \in B\}$ tutti e due

$A \cap B = \{a \in A$ e $c \in B\}$ tutti gli elementi in entrambi

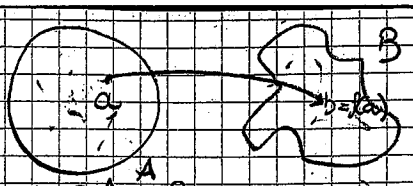
$[A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A]$

$[A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B]$

FUNZIONI TRA INSIEMI

A insieme (dominio)

B insieme (codominio)



$f: A \to B$ è una legge che presa qualsiasi $a \in A$ gli associa in modo univoco un elemento $b \in B$ con $f(a) = b$

$\mathbb{N} \xrightarrow{f} \mathbb{N}$ 1) $f(n) = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2) FUNZIONE IDENTITÀ $f(n) = n \quad \forall n \in \mathbb{N}$



3) $f(n) = p$ dove p è il max numero primo che divide n

4) polinomio di grado n

$a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \quad (a_n \neq 0)$

grado polinomio = + grande esponente

$f: A \longrightarrow B$
(tutti i polinomi) (IN)

$a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \longrightarrow n$ (gli associo il grado)

$x^2 \longrightarrow 2$

FUNZIONI INIETTIVE

$f: A \to B$ iniettiva se $a_1, a_2 \in A \quad a_1 \neq a_2$

$\Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$

es. $f: \{\text{polinomi}\} \longrightarrow \underset{\text{grado}}{\mathbb{N}}$ NON INIETTIVA ($\exists$ almeno 2 elementi $a_1 \neq a_2$ / $f(a_1) = f(a_2)$)

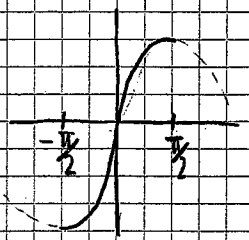
es $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$

$x \longrightarrow \sin x$ NON INIETTIVA (seno si annulla su tutti i multipli di π)

es $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ $f(x) = \sin x$

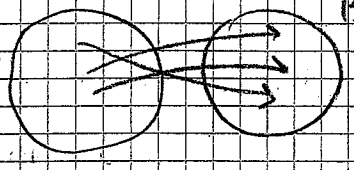
+FACILE CHE SE RESTRINGO IL DOMINIO SIA INIETTIVA

INIETTIVA



FUNZIONI SURIETTIVE

$f: A \to B$ suriettiva se $\forall b \in B$ $\exists$ almeno $a \in A$ / $f(a) = b$



es. $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \sin x$

+ FACILE CHE SE RESTRINGO IL CODOMINIO SIA SURIETTIVA

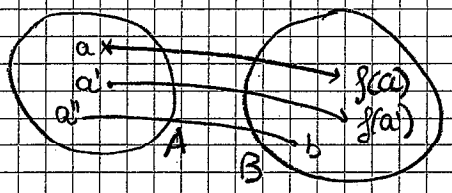
NON SURIETTIVA

es. $f: \mathbb{R} \to [-1;1]$ SURIETTIVA
$f(x) = \sin x$

FUNZIONI BIGETTIVE

$f: A \to B$ BIGETTIVA o invertibile se f è sia iniettiva sia suriettiva

OGNI ELEMENTO IN A È RAGGIUNTO IN B UNA SOLA VOLTA



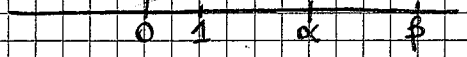
↓

FUNZIONE INVERSA $f^{-1}: B \to A$

$f^{-1}(B) = a \iff f(a) = b$

MODELLO CONCRETO DI SPAZIO VETTORIALE (insieme astratto in cui sommo i punti)

$\mathbb{R}$ RETTA

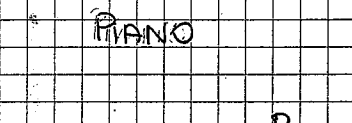


identifichiamo di solito i numeri reali con la retta
- fissando origine
- fissando unità di misura

] SONO IN GRADO DI SOMMARNE I PUNTI

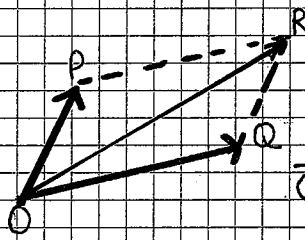
PIANO (identificato con coppie di numeri)
PIANO CON FISSATA ORIGINE

PIANO



NON SONO IN GRADO DI DEFINIRE P+Q

Piano con origine fissata



somma i vettori con la regola del parallelogramma

$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$

Regola del parallelogramma non va bene se O, P e Q sono allineati → parallelogramma degenere

→ SOLUZIONE GENERALE (Regola)

$\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OR}$ dove R è il punto ottenuto applicando il vettore $\overrightarrow{OQ}$ nel punto P.

