Parole chiave:

- Spazio vettoriale
- sistemi lineari $\begin{cases} ax+b=0 \\ \text{matrice} \end{cases}$ ∞ | $\nexists$ soluzione, $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ dx+ey+f=0 \end{cases}$ ...
- determinante
- teoria spettrale → studio autovalori

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Insiemi (teoria no assiomatica)

↓

Famiglie di oggetti che posso descrivere in vari modi.

es. {1, 3, fiori}, {squadra Bdl}, {stelle} ....

dato un oggetto si può dire in modo univoco se appartiene o meno a un insieme.

es. insiemi numerici: naturali (IN), insieme dei frazionari ℚ → $\left\{ \frac{n}{m} \text{ tali che } n \text{ e } m \text{ sono in } \mathbb{N} \right\}$

dei reali ℝ

dei complessi ℂ

$A \times B$ → prodotto tra due insiemi → insieme di coppie (a,b) tali che a sta in A e b sta in B.

es. $A\{1,2,3\}$, $B\{a,b,c\}$ → $A \times B = \{(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c),(3,a),(3,b),(3,c)\}$.

es. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ → coppie (x,y) con x dei reali e y dei reali. $= \{(x,y) \mid x \text{ sta in } \mathbb{R} \text{ e } y \text{ sta in } \mathbb{R}\}$.

altro insieme importante: {polinomi alla variabile x}

polinomio $p(x) = \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots a_n x^n$ con $a_0, a_1 \dots a_n$ numer. reali $\}$

↓

vengono caratterizzati dal grado.

↓

grado 0 = numeri reali (es $\sqrt{2}$, π, 2, 5 ...)

grado 1: $a + bx$ (es $\sqrt{2} + \pi x$)

$\in \mathbb{R}$ $\in \mathbb{R}$

grado 2: $ax^2 + bx + c$

$\in \mathbb{R}$ $\in \mathbb{R}$ $\in \mathbb{R}$

SIMBOLI

$\in$ = appartenenza es. $2 \in \mathbb{N}$

$\notin$ = non appartiene es. $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

↓

perché?

dimostrazione: (x assurdo)

$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ con m.c.m. = 1 : ipotesi

$2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow m^2 = 2n^2 \Rightarrow m^2$ è pari $\Rightarrow$

$\Rightarrow m$ è pari $\Rightarrow m = 2k$

ma siccome: $2n^2 = m^2 \Rightarrow m^2 = (2k)^2 = 4k^2$

$\Rightarrow n^2 = 2k^2 \Rightarrow$ **n è pari**

↓

assurdo perché se non è così per me m.c.m. sarebbe errore 2 che io non ho supposto.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$\Rightarrow$ = implica (conclusione)

$\Leftrightarrow$ = equivalente → ciò che è a dx implica ciò che è a sx e viceversa.

o

$\not\Leftrightarrow$ ↓ non equivalente

es. un numero è equivalente se e solo se ha 3 cifre uguali (equicifrato) e viceversa.

triangolo equilatero $\Leftrightarrow$ triangolo equiangolo

n è multiplo di 4 $\Rightarrow$ n è pari

$\not\Leftrightarrow$

$\subseteq$ = incluso. es. $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$

$\cap$ = intersezione es. $A = (0,2)$, $B = \mathbb{N}$, $A \cap B = \{1\}$

$\cup$ = unione es. $A \cup B = \{[0,2], 3, 4, 5 \dots\}$

| = tale che es. { insieme numeri naturali pari } = $\{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k, k \in \mathbb{N}\}$.

$\forall$ = per ogni

$\exists$ = esiste

$\exists!$ = esiste un unico

Funzioni tra insiemi

Cosa mi serve?

A = insieme di partenza o DOMINIO

B = codominio o insieme di arrivo.

f = legge che associa a ogni elemento di A uno e uno solo elemento di B.

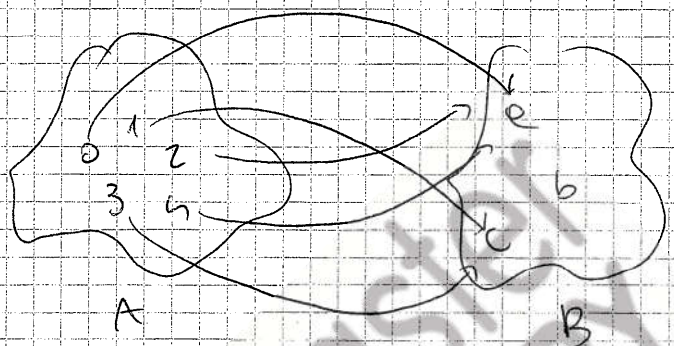
es. 1

$A = \mathbb{N}$

$B = \{a, b, c\}$

f_1 = a ogni elemento di A associo una lettera

f_2 = i numeri pari in a e i numeri dispari in c



es. 2

$A = \mathbb{R}$

$B = \mathbb{R}$

f = a x associo sempre x

non copre tutto B ma ciò non ha importanza

es. 3

f = a ogni x associo il suo quadrato

f^{-1} = a ogni x associo x = radice

Codominio = insieme in cui ha senso sviluppare una funzione.

—

tipologie funzioni

suriettiva (o surjettiva) = $f: A \to B$ se ogni elemento di B è immagine di qualche elemento di A mentre f (elemento)

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

per ogni $b \in B$ $\exists a \in A \mid f(a) = b$

es. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = x$

es. $f(x) = x^3$

es. $f(x) = x^2$ NO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

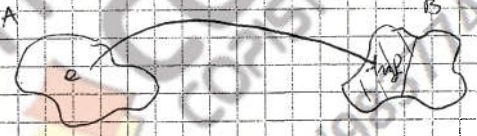
28/05 $f: A \to B$

definizione: f è ~~suriettiva~~ se $\forall b \in B \ \exists a \in A \mid f(a) = b$

definizione: Immagine di f $(\mathrm{Im} f) = \{ f(a) \in B \mid a \in A \} =$
$\{ b \in B \mid f(a) = b$ per qualche $a \in A \}$

$\downarrow$

$\mathrm{Im} f \subseteq B$



f suriettiva se $\mathrm{Im} f = B$



definizione: f è ~~iniettiva~~ se dati $a_1 \neq a_2 \in A$ allora $f(a_1) \neq f(a_2)$

definizione: f è ~~biettiva~~ se è sia iniettiva che suriettiva.

$\downarrow$

inversa

es. $= \{ \forall b \in B \ \exists! \ a \in A \mid f(a) = b \}$

f: a ogni polinomio associo il suo prodotto

$f: A \to \mathbb{R}$

è iniettiva? NO, esistono diversi polinomi che hanno lo stesso prodotto

è suriettiva? NO, il tempo di arrivo sono solo i numeri naturali