ALGEBRA LINEARE + ANALISI ②  12 cfu

↓ 6  ↓ 6  (13 MESI)

VOTO FINALE = MEDIA

FASE 1 → PRETEST  10 DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA 7/10

FASE 2 → 3 ESERCIZI (voto finale dello scritto)
+ ORALE (1.30min) nello stesso appello

http://people.dm.unipi.it/~VISCIGLI

" " " "/~GAIFFI/ALG LIN BIOMEDICA

VISCIGLI@DM.UNIPI.IT ← BREVE DOMANDE  RICEVIMENTO (MARTEDI 9,00 / STUDIO 210 AL DIPARTIMENTO DI MATE)

LIBRO  ABATE, ALGEBRA LINEARE, Mc GRAW ILL
(VEDI INTERNET)

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} + a_{12} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{12} \\ a_{11} + a_{12} \end{vmatrix} \qquad a_{12} = 1 \quad a_{11} = 0$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- SPAZIO VETORIALE
- SISTEMI LINEARI $ax + b = 0$

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

- DETERMINANTE
- TEORIA SPETTRALE (studia autovalori)

↑ concetto primitivo (non definibile)

**INSIEMI** (teoria assiomatica)

Un insieme è una famiglia di oggetti che si possono descrivere in vari modi

Insieme dei numeri:

$\mathbb{N}$ → naturali $\{0, 1, 2, 3 \dots\}$ (interi non negativi) $\mathbb{Z}$ → interi

$\mathbb{Q}$ → razionali $\left\{ \frac{m}{n} \text{ tale che } m, n \text{ sono in } \mathbb{N} \right\}$ (frazioni eventi N e D interi)

$\mathbb{R}$ → reali $\{\sqrt{2}, e, \pi \dots\}$ numeri che scritti in forma decimale possono anche avere infinite cifre dopo la virgola

$\mathbb{C}$ → complessi

$$A \times B = \{(a, b) \text{ tali che } a \in \text{sta in } A \text{ e } b \in \text{sta in } B\}$$

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{a, b, c\} \quad A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$$

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c) \dots\}$$

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) \text{ tali che } x \text{ sta in } \mathbb{R} \text{ ed } y \text{ sta in } \mathbb{R}\}$$

piano cartesiano $(x; y)$

* l'insieme di tutte le coppie $(a, b)$ di varianti di $a$ in $A$ e $b$ in $B$, dove due coppie $(a, b)$ e $(a', b')$ sono uguali se e solo se $a = a'$ e $b = b'$

MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9837745

$A \subseteq B$ sottoinsieme ($A$ è contenuto in $B$ incluso)

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$

$A \supseteq B$ ($A$ contiene $B$)

$A \cap B$ intersezione

$A = (0, 2)$

$B = \mathbb{N}$

$A \cap B = \{1\}$

$A \cup B$ unione

$A = (0, 3)$

$B = \mathbb{N}$

$A \cup B = \{[0, 2], 3, 4, 5 \dots\}$

$\{a \in A$ (tale che) $\dots\}$

$\{a \in A \mid \dots\}$

↓ oppure con :

$\{$numeri naturali pari$\} = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k, k \in \mathbb{N}$

## FUNZIONE TRA INSIEME

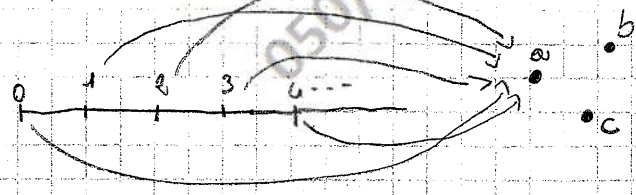
- A (dominio) → insieme da cui parte la funzione
- B (codominio)
- $f$ è una LEGGE che associa ad ogni elemento di A uno e uno solo elemento di B $f: A \to B$




ES:

$A = \mathbb{N}$

$B = \{a, b, c\}$




$:=$ uguale per definizione

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$\{$ POLINOMI DELLA VARIABILE $x\} = \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \dots + a_n x^n$ tali che $a_0, a_1$ numeri reali$\}$

$p(x) = 0, 5, \pi, \sqrt{2}$ polinomi di grado 0

$p(x) = a_0 + b_1 x$ Es. $\sqrt{2} + \pi x$ polinomio di grado 1
($a_0$: $\mathbb{R}$, $b_1$: $\mathbb{R}$)

| $\in$ APPARTENENZA | $\notin$ NON APPARTENENZA |
|---|---|

DIMOSTRAZIONE PER ASSURDO

$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ con $m$ c.m. $\{m, n\} = 1$

$\Downarrow$

$2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow 2n^2 = m^2 \Rightarrow m^2$ è pari $\Rightarrow m$ è pari

$\Downarrow$

$m = 2k$

Ma siccome $2n^2 = m^2 \Rightarrow 2n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2k^2$

$\Downarrow$

$n$ è pari

ASSURDO MATEMATICO perché se $m$ ed $n$ sono pari hanno multipli comuni (ovvero non sono primi fra loro)

| $(\ ) \Rightarrow (\ )$ IMPLICA | $\Leftarrow$ è implicato da |
|---|---|

| $\Leftrightarrow$ EQUIVALENZA (se e solo se) |
|---|

Un triangolo è equilatero $\Leftrightarrow$ è equiangolo

$n$ è multiplo di $4 \Rightarrow n$ è pari

$\not\Leftrightarrow$

$\{x \in \mathbb{R} \mid \text{sen}\, x \geq 0\}$ = INSIEME DEI NUMERI REALI TALI CHE $\text{sen}\, x \geq 0$

$\in \to a \in A$ $a$ appartiene ad $A$

$\ni \to A \ni a$ $A$ contiene $a$

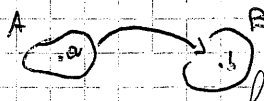
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

• $f: A \to B$ si dice SURIETTIVA se ogni elemento di B è immagine di qualche elemento di A tramite f

QUANTIFICATORI

$\forall$ per ogni  $\exists$ esiste  $\exists!$ esiste unico  $\nexists$ NON ESISTE

$\forall b \in B \ \exists a \in A \mid f(a) = b$




$f: A \to B \quad a \in A$

$f(a)$ = IMMAGINE DI $a$

Es. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x$

$f(x) = x^3$

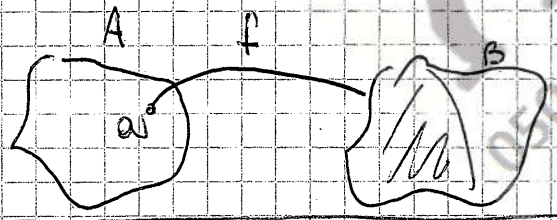
$f(x) = x^2$ NO

$A \cap B = \emptyset$ => insiemi disgiunti

differenza insiemistica $A \setminus B := \{x \mid x \in A \ \& \ x \notin B\}$

Se B è incluso in A, la differenza insiemistica $A \setminus B$ si definisce complementare di B in A e si denota con $B^c$ (con A sottinteso)

Se $\mathrm{Im} f = B$ => SURIETTIVA  $\mathrm{Im} f = \{f(a) \in B \mid a \in A\} = \{b \in B \mid f(a) = b \text{ per qualche } a \in A\}$




SURIETTIVA = codominio tutto $\mathbb{R}$ => RESTRINGENDO IL CODOMINIO UNA FUNZIONE PUÒ DIVENTARE SURIETTIVA

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745