# Programma analisi II

[redacted]

- Punto di aderenza
- Limiti in più variabili
- Continuità in più variabili
- Metateorema
- Coordinate polari
- Teorema sui limiti con coordinate polari
- Derivate parziali
- Gradiente
- Differenziabilità
- Teorema differenziabilità e continuità
- Teorema sulla differenziabilità
- Teorema del differenziale totale
- Derivata direzionale
- Teorema differenziabilità e derivate direzionali
- Gradiente + enunciato
- Disuguguanza Cauchy-Swartz
- Insieme chiuso/limitato
- Teorema di Weierstrass
- Parte interna
- Coordinate sferiche
- Moltiplicatori di Lagrange
- Derivate di ordine superiore
- Matrice Hessiana
- Max/Min locali
- Punti critici
- Formula di Taylor al 2° ordine
- Jacobiana
- Jacobiana di funzioni composte

master COPY


master
COPY

Prof : Giovanni Alberti
Nicola Visciglia

Libro : Bramanti, Pagani, Salsa Analisi 2



# FUNZIONI A PIU' VARIABILI

04/03/19

Il dominio della funzione non è solo un insieme di numeri ma è un insieme di punti (vettori) di $\mathbb{R}^n$
con n = numero di variabili

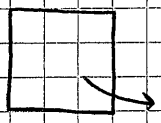
$(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad z = f(x,y)$

Spesso le funzioni sono date da una formula

es. $f(x,y) = x + y^2 \cos x$ cioè conoscendo x e y e applicando la formula posso calcolarmi z

$f(0,0) = 0$

Esempi di funzioni a più variabili



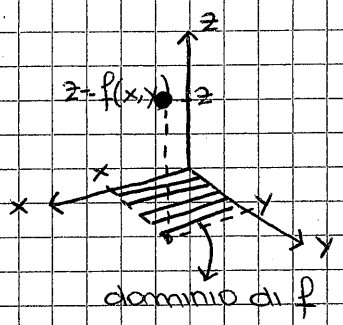

$f(x,y)$ = temperatura il 1 genn. 2019 alle 12 nella località di coordinate $(x,y)$

$f(x,y)$ = altitudine sul livello del mare della località di coordinate $(x,y)$

$f(x,y,z)$ = potenziale del campo gravitazionale nel punto di coordinate $(x,y,z)$

Grafico delle funzioni a più variabili: non è più nel piano bensì nello spazio

$z = f(x,y)$ → insieme dei punti $(x,y,z)$ tali che $z = f(x,y)$




Utilizzando tutte le possibili $(x,y)$ ottengo una superficie anziché una curva come per le funzioni a un'unica variabile

Dominio di f = insieme dei punti di $\mathbb{R}^n$

$\left((x,n) \in \mathbb{R}^2, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \dots, (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n\right)$

Codominio di f, cioè l'immagine può essere un numero o una sequenza di numeri (cioè vettori), quindi $\mathbb{R}$ o $\mathbb{R}^n$

## VISUALIZZAZIONI

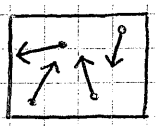
① Grafico per funzioni

$z = f(x,y)$ con $z \in \mathbb{R}$, $x,y \in \mathbb{R}^2$



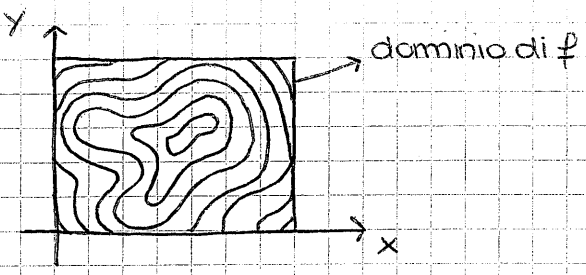
04/03/19

② $f(x,y)$ = vettore del piano



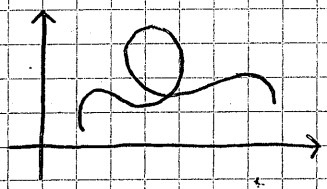
($f$ funzione con dominio $\subset \mathbb{R}^2$ e immagine in $\mathbb{R}^2$ = <u>campo di vettori</u>)

③ $z = \underbrace{f(x,y)}_{\in \mathbb{R}^2}$ $\quad z \in \mathbb{R}$




Sono le curve dei punti $(x,y)$ tali che $f(x,y)$ = valore assegnato (per un certo numero di vettori)

④ $f(t) = (x,y) \in \mathbb{R}^2$ con $t \in \mathbb{R}$



Insieme dei punti $(x,y) = f(t)$ con $t$ che varia nel dominio di $f$




→ Data $f(x_1, \dots, x_n) = (y_1, \dots, y_n)$

(dominio $\subset \mathbb{R}^n$, immagine di $\mathbb{R}^n$)

- gradiente (sostituisce la derivata)
- matrice Hessiana (sostituisce la derivata seconda)
- punti di massimo e di minimo

→ Integrazione

(Esempi: calcolo del baricentro di un solido, calcolo della massa di un solido a densità variabile, lavoro di una forza lungo un cammino)

Esempio 1

Sia $f(x,y)$ data da una formula, l'<u>insieme di definizione</u> ($\simeq$ dominio) è l'insieme dei punti per i quali la formula ha senso

- $f(x,y) = \text{Sen}(x+y)$ $\quad D = \{?\}$ $\quad D = \mathbb{R}^2$ perché posso calcolare il seno di qualsiasi valore $(x+y)$

- $f(x,y) = \dfrac{x-y}{x^2+y^2}$ $\quad D = \{?\}$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \neq 0\} = \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$$

$$\{(x,y) \neq (0,0)\}$$