INTRODUZIONE

PROFESSORE : Marco Romito

A.A. : 2012/2013

ESAME : Statistica I (II anno ING. GESTIONALE)

LIBRO : Probabilità e Statistica per l'Ingegneria e le Scienze - Sheldon M. Ross.

Attenzione ai simboli usati nel testo:

- $F_{(X,Y)}(x,y)$ indica la funzione di ripartizione di X e Y (in basso a sinistra di F) calcolato nei punti x e y (numeri reali)
- A volte scrivo (a,b) al posto di (x,y), ma il senso è lo stesso!
- $p_X(x)$ indica la funzione di massa di X (variabile aleatoria) calcolato in x, da non confondere con $\mathbb{P}(x)$, che indica una probabilità!
- Negli appunti cerco di seguire il libro, se a lezione fate i vari tipi di variabile aleatoria prima di fare il valore atteso, la varianza ecc., basta che andate più avanti con le pagine!
- Gli intervalli di confidenza da pag. 30 sono da riferirsi alla media vera μ quando la vera varianza σ è nota!

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

STATISTICA

TEORIA DELLE PROBABILITÁ (CAP. 3 del ROSS)

Denominiamo con **SPAZIO DEGLI ESITI** la rosa di tutti gli esiti possibili. Il simbolo è S o Ω.

Es.) Un neonato può essere maschio o femmina. Allora, prima di aver nascita, $S = \{f, m\}$

Un **EVENTO** è un sottoinsieme dello spazio degli esiti, nel caso di prima ad esempio, $E = \{f\}$ oppure $E = \{m\}$

OPERAZIONI ELEMENTARI SUGLI EVENTI

UNIONE: E, F due eventi $E \cup F$ = **ALMENO** uno dei due eventi si verifica

INTERSEZIONE: $E \cap F$: **ENTRAMBI** gli eventi si verificano

$\emptyset$: nessun evento si verifica

EVENTI DISGIUNTI: se $E \cap F = \emptyset$, ovvero non possono verificarsi entrambi

E^c: è il complementare di E, $E^c = S - E$

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

Leggi di De Morgan

$$(E \cup F)^c = E^c \cap F^c$$
$$(E \cap F)^c = E^c \cup F^c$$

Definiamo probabilità dell'evento $E \subset S$, quel numero $P(E)$:

$$\begin{cases} 0 \le P(E) \le 1 & \text{(Assioma I)} \\ P(S) = 1 & \text{(Assioma II)} \end{cases}$$

Inoltre, se gli eventi son disgiunti:

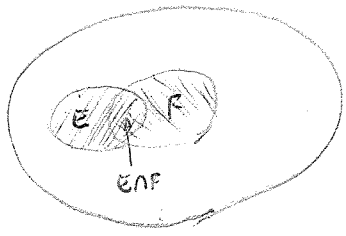
$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} E_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) \quad \text{(Assioma III)}$$

Un'utile proprietà che discende dagli assiomi è

$$1 = P(E) + P(E^c)$$

Inoltre, vale in generale

$$\boxed{P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)}$$



Se ogni evento $E \in S$ ha la stessa probabilità di accadere, allora

$$\boxed{P(E) = \frac{\#E}{N}} \quad \rightarrow \text{numero di elementi di } E$$

DIM

$$P(\{1\}) = P(\{2\}) = \dots = P(\{n\}) = p$$

Allora $1 = P(\Omega) = P(\{1\}) + \dots + P(\{n\}) = Np \Rightarrow p = \frac{1}{n} = P(\{1\}) = \dots P(\{n\})$ □

PRINCIPIO DI ENUMERAZIONE

Se si eseguono r esperimenti sapendo che il primo ammette n_1 eventi possibili, il secondo n_2 e così via, allora vi sono

$$\boxed{n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_r}$$

diversi risultati se si considerano contemporaneamente gli esperimenti.

Inoltre, dati n oggetti, definiamo

$$\boxed{n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}$$ permutazioni degli n oggetti considerati

Invece, il numero di diversi gruppi di r oggetti che si possono formare scegliendo da un insieme n è detto coefficiente binomiale, e si indica con

$$\boxed{\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

PROBABILITÁ CONDIZIONATA

Si tratta di calcolare la probabilità che un evento E accada sapendo informazioni su un altro evento F.
E sarà l'evento CONDIZIONATO, e F quello condizionante

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

$P(E \cap F)$ → probabilità che accadano entrambi

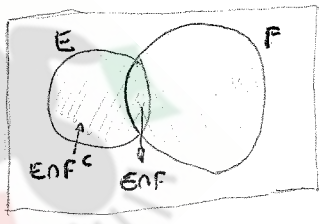
$P(F)$ → probabilità che accada F

$P(E|F)$ ↑ probabilità che accada E sapendo F

TEOREMA DI DISINTEGRAZIONE (a priori)

Siano E e F due eventi qualsiasi. Allora

$$E = (E \cap F) \cup (E \cap F^c)$$



Dunque

$$P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap F^c) =$$
$$= P(E|F)P(F) + P(E|F^c)P(F^c) =$$
$$= P(E|F)P(F) + P(E|F^c)[1 - P(F)]$$

$$\Rightarrow \boxed{P(E) = P(E|F)P(F) + P(E|F^c)[1 - P(F)]}$$

In generale, $P(E) = \sum_{i=1}^{n} P(E|F_i)P(F_i)$

FORMULA DI BAYES (a posteriori)

Tenendo conto di due eventi E e F, se conosciamo $P(E|F)$ allora

$$\boxed{P(F|E) = \frac{P(E|F)P(F)}{P(E|F)P(F) + P(E|F^c)P(F^c)}}$$

DIM

$$P(F|E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} \underset{\text{TEO DISINTEGRAZIONE}}{=} \frac{P(E|F)P(F)}{P(E|F)P(F) + P(E|F^c)P(F^c)}$$